



Patrícia Isabel
Silva Andrade

**Discussões coletivas no ensino dos
números racionais: um estudo sobre as
práticas de uma futura professora**

Relatório de Projeto de Investigação do Mestrado em
Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino
Básico

Setúbal, dezembro de 2019

VERSÃO DEFINITIVA

Patrícia Isabel
Silva Andrade

**Discussões coletivas no ensino dos
números racionais: um estudo sobre as
práticas de uma futura professora**

JÚRI

Presidente: Professora Doutora Ana Maria Dias Roques Lemos Boavida

Orientador: Professora Doutora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

Arguente: Professora Doutora Maria de Fátima Pista

Setúbal, dezembro de 2019

VERSÃO DEFINITIVA

Agradecimentos

O término deste projeto significa o final de um capítulo que ansiava desde há algum tempo, por isso este segmento serve para agradecer a quem fez parte deste processo.

Em primeiro, gostaria de agradecer aos meus pais – os meus grandes pilares, quem sempre me apoiaram nas minhas decisões, e a quem sempre me guiaram neste caminho. Duas pessoas em que me inspiro, e quem admiro todos os dias. Duas pessoas muito bem-dispostas que me ajudaram a levantar em dias mais tristes e celebraram comigo as minhas grandes vitórias na vida! Obrigada meus pais, tudo a vocês devo!

Em segundo, aos meus avós que sempre me incentivaram a estudar e a perseguir o meu caminho na entrada para o ensino superior. Obrigada por se orgulharem de mim!

Obrigada também às minhas colegas e amigas que encontrei durante este percurso. Juntas vivemos as experiências da faculdade.

Um obrigada especial também à minha professora orientadora Prof^a Doutora Catarina Delgado, por se ter mostrado incansavelmente disponível para me apoiar neste trabalho árduo que é um projeto de investigação.

Obrigada a todas as educadoras e professoras cooperantes com as quais tive o privilégio de estar, durante os diversos estágios curriculares e, a todas as crianças com quem estive. Com todos vocês aprendi.

Por fim, gostava de agradecer às pessoas que estiveram presentes na minha vida e estarão para sempre presentes no meu coração. A vocês, minhas estrelinhas, vos dedico este trabalho.

Obrigada a todos!

Resumo

Esta investigação tem como objetivo descrever e analisar a minha prática no que diz respeito à preparação e condução de discussões coletivas que visam o ensino dos números racionais, identificando os desafios com que me deparo nestes dois momentos de trabalho. Foi orientada pelas seguintes questões: (1) Com que desafios me deparo na preparação de discussões coletivas?; (2) Com que desafios me deparo na condução de discussões coletivas? e (3) Que desafios associados ao ensino dos números racionais sobressaem?

O enquadramento teórico foca-se no ensino e na aprendizagem dos números racionais no 1.º ciclo e nas práticas de preparação e de condução de discussões coletivas. Quanto à metodologia, esta investigação insere-se num paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa, constituindo uma investigação sobre a minha própria prática. A recolha de dados foi efetuada numa turma do 3.º ano de escolaridade e através da observação participante e da análise documental.

Os resultados do estudo revelam que os desafios que se destacam nas minhas práticas de preparação e condução de discussões coletivas são: (i) Selecionar/adaptar tarefas que promovam discussões coletivas produtivas, com contextos a que os alunos atribuam significado e que tenham em conta o seu conhecimento prévio sobre frações; (ii) sequenciar as tarefas; (iii) antecipar estratégias de resolução, dificuldades dos alunos e formas de lidar com elas; (iv) apresentar as tarefas de forma contextualizada; (v) monitorizar o trabalho dos alunos (lidar com opções desadequadas relativamente às tarefas, estratégias e dificuldades dos alunos que não foram antecipadas e com produções pouco claras); (vi) selecionar e sequenciar as estratégias utilizadas pelos alunos; (vii) promover a discussão coletiva e realizar sínteses. Gerir o tempo foi um desafio transversal a todos os momentos de exploração das tarefas. A dificuldade em estabelecer as diferentes representações de frações é um desafio que sobressai associado ao ensino dos números racionais.

Palavras-chave: Ensino dos números racionais; Preparação e condução de discussões coletivas; Práticas do professor; Desafios.

Abstrat

This research aims to describe and analyse my practice, which concerns the training and conduct of collective discussions aimed at or teaching the numbers of subjects, identifying the challenges with which I face these two moments of work. It was guided by the following questions: (1) What challenges do I face in preparing for collective discussions? (2) What challenges do I face in conducting collective discussions? and (3) What challenges associated with teaching rational numbers stand out?

The theoretical framework focuses on the teaching and learning of rational numbers in the 1st cycle and on the practices of preparing and conducting collective discussions. As for methodology, this research fits into an interpretative paradigm and a qualitative approach, constituting an investigation into my own practice. Data collection was carried out in a 3rd grade class and through participant observation and document analysis.

The results of the study reveal that the challenges that stand out in my collective discussion preparation and conduct practices are: (i) to Select / adapt tasks that promote productive collective discussions, with contexts to which students assign meaning and that take into account your prior knowledge of fractions; (ii) to sequence the tasks; (iii) to anticipate resolution strategies, student difficulties, and ways to deal with that difficulties; (iv) to present the tasks in a contextualized way; (v) to monitoring the student's work (dealing with inappropriate choices regarding unanticipated student tasks, strategies and difficulties and unclear productions); (vi) to select and to sequence strategies used by students); (vii) to promote collective discussion and synthesize the principal ideas. Managing time was a crosscutting challenge to all times of task exploration. The difficulty in establishing the different representations of fractions is a prominent challenge associated with the teaching of rational numbers.

Keywords: Teaching of rational numbers; Preparation and conduct of collective discussions; Teacher's practices; Challenges.

Índice

Capítulo 1. Introdução.....	1
1.1. Motivação, objetivo e questões do estudo	1
1.2. Pertinência do estudo	4
1.3. Organização do relatório	6
Capítulo 2. Revisão da literatura	7
2.1. O ensino e a aprendizagem dos números racionais no 1.º ciclo	7
2.2. O ensino da matemática numa abordagem exploratória	10
2.3. Práticas de preparação e de condução discussões coletivas	18
2.3.1. A importância das discussões coletivas	18
2.3.2. As cinco práticas de preparação de discussões coletivas produtivas	21
2.3.3. Alguns desafios na preparação e condução de discussões coletivas	23
Capítulo 3. Metodologia.....	27
3.1. Opções metodológicas	27
3.2. Métodos de recolha de dados	29
3.3. Processos de recolha e de análise de dados.....	31
3.4. Contexto do estudo: a escola e a turma	33
Capítulo 4. Intervenção pedagógica	35
4.1. As tarefas e a sua seleção	35
4.2. As aulas e a sua preparação	38
Capítulo 5 - Análise de dados	41
5.1. Desafios na preparação de discussões coletivas	41
5.1.1. A escolha e sequenciação das tarefas	41
5.1.2. A antecipação das estratégias	46
5.1.3. A apresentação das tarefas	50
5.1.4. A monitorização do trabalho dos alunos	53
5.2. Desafios na condução das discussões coletivas.....	73
Capítulo 6. Considerações finais.....	91
6.1. Breve síntese do estudo	91
6.2. Conclusões do estudo.....	91
6.2.1. Desafios com que me deparo na preparação de discussões coletivas	91
6.2.2. Desafios com que me deparo na condução de discussões coletivas	96
6.2.3. Desafios associados ao ensino dos números racionais que sobressaem	98
6.3. Reflexão sobre o estudo.....	100
Referências Bibliográficas	104
Anexos.....	109

Anexo A: Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”	109
Anexo B: Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”	111
Anexo C: Tarefa 3 “O Lanche da Maria”	114
Anexo D: Tarefa 4 “Corrida Solidária”	115
Anexo E: Tarefa 5 “O Herbário do Ulisses”	116

Índice de figuras

<i>Figura 1: Tarefa 1 - "Os azulejos do Pedro"</i>	<i>36</i>
<i>Figura 2: Tarefa 3 - "O Lanche da Maria"</i>	<i>37</i>
<i>Figura 3: Utilização do PowerPoint para apresentar a resposta no quadro (em projeção)</i>	<i>40</i>
<i>Figura 4: Utilização de folhas A3</i>	<i>40</i>
<i>Figura 5: Utilização da ferramenta PowerPoint em simultâneo com a divisão do quadro</i>	<i>40</i>
<i>Figura 6: Folha quadriculada que construí para responder à questão 4 da Tarefa 2</i>	<i>44</i>
<i>Figura 7: Questão 4 da Tarefa 2 (original)</i>	<i>45</i>
<i>Figura 8: Questão 4 (excerto da Tarefa 2) depois de adaptada.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 9: Excerto da planificação da aula para a Tarefa 3 – Antecipação das resoluções dos alunos.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 10: Excerto da planificação da aula para a Tarefa 4 – Antecipação das resoluções dos alunos.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 11: Excerto da planificação da aula da Tarefa 4 – Antecipação das dificuldades dos alunos e questões a colocar</i>	<i>49</i>
<i>Figura 12: Produções dos alunos – Configuração possível para dividir a folha em 4 partes iguais (exemplo 1).....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 13: Produções dos alunos – Configuração possível para dividir a folha em 4 partes iguais (exemplo 2).....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 14: Produções dos alunos: Configuração possível para dividir a folha em 8 partes iguais (exemplo 1).....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 15: Produções dos alunos: Configuração possível para dividir a folha em 8 partes iguais (exemplo 2).....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 16: Produções dos alunos – Estratégias que não antecipei para a resolução da Tarefa 4 (exemplo 1).....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 17: Produções dos alunos – Estratégias para representar um percurso.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 18: Produções dos alunos – Estratégias para representar um percurso.....</i>	<i>59</i>

<i>Figura 19: Produções dos alunos – Estratégias que não antecipei para a resolução da Tarefa 4 e não consegui entender</i>	<i>60</i>
<i>Figura 20: Produções dos alunos – Estratégias para dividir um pão em quatro partes iguais.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 21: Produções dos alunos – Resolução à primeira questão da Tarefa 1.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 22: Imagem da questão 1 da Tarefa 1</i>	<i>74</i>
<i>Figura 23: Utilização da ferramenta do PowerPoint na Tarefa 1</i>	<i>87</i>
<i>Figura 24: Utilização da ferramenta do PowerPoint nas Tarefas 3 e 4.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 25: Excerto do PowerPoint para contextualização da Tarefa 5</i>	<i>88</i>

Índice de tabelas

<i>Tabela 1: Tipos de questões utilizadas no ensino da matemática – adaptado de NCTM (2017, p.36/37)</i>	<i>17</i>
<i>Tabela 2: Calendarização das aulas e intencionalidades envolvidas em cada uma das tarefas.....</i>	<i>36</i>

Capítulo 1. Introdução

O presente projeto de investigação surge no âmbito da Unidade Curricular Estágio IV e foi desenvolvido em contexto de estágio com os alunos de uma turma do 3.º ano de escolaridade, no ano letivo de 2018-2019.

Neste capítulo apresento o tema do estudo, as motivações que me levaram ao desenvolvimento deste projeto de investigação, bem como os objetivos e questões que o orientaram. Posteriormente, exponho a pertinência do estudo, quer a nível pessoal quer profissional. Por fim, apresento o modo como está organizado o presente relatório de investigação.

1.1. Motivação, objetivo e questões do estudo

A escolha do tema principal para meu relatório de investigação teve origem no meu interesse em refletir sobre uma metodologia de ensino que preconizasse uma aprendizagem com compreensão, caracterizada pela discussão e partilha de ideias e que promovesse a construção conjunta de significados (Wells, 1999). Efetivamente, tenho vindo a constatar, tanto como aluna, como futura profissional de educação, que este tipo de metodologia é pouco valorizado no ensino das diversas disciplinas. A aprendizagem que vise a partilha de ideias tem sido uma temática que tenho valorizado cada vez mais ao longo da minha formação como futura docente, pois tal como tenho observado (mesmo quando dou pela sua falta) acredito que este tipo de metodologia é uma prática de ensino-aprendizagem motivadora para todos os intervenientes em sala de aula e é promotora de aprendizagem dos alunos. Pela minha experiência, através de metodologias onde existam a partilha e discussão de ideias, tenho verificado um incremento do interesse demonstrado pelos alunos no desenvolvimento das atividades. Perspetivar um ensino em que os alunos têm uma voz ativa e discutem e partilham ideias contribui para uma maior motivação e interesse dos alunos e para um ambiente promotor de aprendizagem (NCTM, 2007).

A área da Matemática surge associada a este projeto, pois foi aquela com que me deparei com mais dificuldades no meu percurso escolar no ensino obrigatório. O

assunto “discussão coletiva” emergiu depois de uma aula de Didática da Matemática que abordou o tema e a importância que este momento de trabalho em torno de tarefas pode ter quando um(a) professor(a) o conduz corretamente, o que chamou a minha atenção, ficando interessada em aprofundar o assunto para colocar em prática no meu futuro profissional. Para além disso, quando faço uma retrospectiva da minha experiência escolar como aluna, este tipo de metodologia de trabalho foi pouco, ou nenhuma vez implementada – no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico a discussão acerca de tarefas matemáticas era inexistente e, apenas no 3.º CEB me recordo de uma professora de matemática que promovia a discussão coletiva após a resolução de tarefas matemáticas efetuadas em grupo.

Ora, sendo a matemática uma área curricular considerada difícil, para muitos, como em tempos foi para mim, considero que é importante, tal como refere Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), valorizar a discussão coletiva das tarefas como forma de fomentar a comunicação matemática, pois “a comunicação permite aprender, mas também contribui para uma melhor compreensão do próprio pensamento” (p. 61), assim como do pensamento e ideias de outros.

O professor é responsável por criar um ambiente intelectual, onde o pensamento matemático está presente em sala de aula. O professor é considerado, para muitos autores, um interveniente fundamental na dinamização de discussões coletivas produtivas, pois pretende-se que estas sejam produtivas, constituindo contextos ricos de aprendizagem matemática (Ponte, 2017; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

A discussão é considerada mais do que uma troca de perguntas e respostas. A discussão é concebida como um debate científico que é apresentado e preparado pelo professor num objeto matemático comum para alcançar uma conclusão partilhada sobre o objeto em debate (Ponte, 2017). É de referir a importância das práticas que o professor deve desenvolver para que isso aconteça e a reflexão sobre as mesmas como um fator muito importante na sua melhoria (Stein & Smith, 1998; NCTM, 2007). Por isso, realizarei um estudo sobre as minhas práticas, de modo a contribuir para uma reflexão mais aprofundada sobre a forma mais adequada de conduzir discussões coletivas produtivas no âmbito da matemática. Com esta investigação poderei refletir sobre a minha prática, algo que sempre valorizei na minha formação, e terei oportunidade de

identificar aspetos que necessito de investir enquanto futura profissional com intuito de promover a aprendizagem dos meus alunos através das discussões coletivas. Para Ponte (2002) existem quatro fortes razões para a realização de investigação sobre a própria prática:

- (1) O professor tem mais meios para enfrentar os problemas e desafios que surgem da sua prática;
- (2) É uma maneira privilegiada de desenvolvimentos profissional;
- (3) Contribui para a construção de um património de cultura e conhecimento dos professores;
- (4) Auxilia no conhecimento sobre os problemas educativos.

Quando determinei que o meu estudo iria incidir na área da Matemática, refleti sobre qual seria o conteúdo matemático que queria que a investigação se debruçasse. Como tal, falando com a professora cooperante sobre os conteúdos a serem abordados, no período de tempo que pretendia realizar a minha intervenção pedagógica, surgiu o tópico dos números racionais, o que me agradou por diversos motivos. Em primeiro lugar, parecia-me que seria uma mais valia, pois tinha sido um tópico iniciado por mim e pela minha colega de estágio, permitindo-me assim, conhecer aquilo que os alunos até à data já tinham abordado sobre o tópico, assim como conhecer, de uma maneira geral, as suas dificuldades. E, em segundo lugar, este era um tópico que sabia sentir-me insegura em abordá-lo, pelo que a realização deste projeto poderia constituir uma oportunidade de refletir mais aprofundadamente sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais, em particular na sua representação sob a forma de fração, constituindo uma forma de ultrapassar essas minhas próprias fragilidades.

Assim, o relatório de investigação tem o título «**Discussões coletivas no ensino dos números racionais: um estudo sobre as práticas de uma futura professora**». Com esta investigação pretendo analisar e compreender as minhas práticas de preparação e de condução de discussões coletivas de tarefas que visam a aprendizagem dos números racionais, dando especial destaque aos desafios com que me deparo nestes dois momentos de trabalho em torno das tarefas. Neste sentido, formulei as seguintes questões:

- (1) Com que desafios me deparo na preparação de discussões coletivas?
- (2) Com que desafios me deparo na condução de discussões coletivas?
- (3) Que desafios associados ao ensino dos números racionais sobressaem?

Antes de referir a pertinência do estudo, é importante clarificar o significado da palavra “desafio” que será assumido neste estudo. Assumo o mesmo significado atribuído por Delgado (2013) que remete para situações em que o professor é confrontado com problemas, dúvidas, receios e dificuldades.

1.2. Pertinência do estudo

A pertinência deste estudo revela-se por três razões: (i) a importância que as discussões coletivas têm na promoção de ambiente promotor de aprendizagem matemática, (ii) o facto de ser centrado na minha própria prática, o que constitui uma forma de refletir mais aprofundadamente sobre aspetos associados às discussões coletivas relevantes para o meu futuro profissional e (iii) a possibilidade de este estudo constituir mais um contributo para um melhor conhecimento sobre os desafios com que se deparam os professores, muito próximos do início da sua atividade profissional, na preparação e condução de discussões coletivas.

A discussão coletiva, como forma de promover a aprendizagem, tem merecido desde há muito o interesse dos investigadores em educação matemática (Ponte, 2017), fazendo parte das atuais perspetivas sobre como ensinar matemática (Stein et al., 2008). A investigação tem mostrado que este momento de trabalho em torno de tarefas é fundamental para a compreensão matemática por parte dos alunos, e, por conseguinte, os professores devem promovê-lo sempre que considerem vantajoso (Ponte, 2017). Para alguns autores, estas discussões tornam-se produtivas quando são devidamente apoiadas por cinco práticas (referidas mais abaixo) que foram pensadas para auxiliar o professor na preparação e condução das discussões coletivas na área da matemática (Canavarro, 2011; Stein et al., 2008; Smith & Stein, 2011).

Para alguns autores, como Stein et al. (2008) e Canavarro (2011), a condução de discussões coletivas produtivas é vista como uma tarefa bastante exigente, mais ainda,

quando nos referimos aos professores iniciantes, pois consideram que realizar uma “boa discussão” é um objetivo difícil de alcançar. Assim, é necessário auxiliar estes docentes, como eu, para que possam preparar discussões coletivas de forma adequada. É aqui que se insere o modelo de Stein et al. (2008) que propõem cinco práticas para a orquestração de discussões coletivas produtivas e que constituem uma ferramenta importante para os professores melhorarem as suas práticas de preparação e condução das discussões (Ponte, 2017). De acordo com este modelo, a condução das discussões deve ter em conta a sequência das seguintes práticas: (1) antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos na resolução das tarefas; (2) monitorizar o trabalho dos alunos no momento da realização das tarefas; (3) selecionar as estratégias para o momento da discussão coletiva; (4) sequenciar essas estratégias tendo em conta o nível de aprendizagem que evidenciam; (5) estabelecer conexões entre as estratégias (Stein et al., 2008). Neste modelo, existe, assim, uma valorização dos aspetos que podem ser previamente antecipados, constituindo um importante contributo para a preparação de discussões matemáticas produtivas na sala de aula (Ponte, 2017).

A investigação centrada nas práticas do professor e nos desafios com que se deparam na preparação e condução de discussões coletivas tem sido alvo de vários estudos ao longo dos anos (Stein et al., 2008). Vários autores procuram identificar formas através das quais os professores podem efetivamente orientar discussões coletivas sobre o trabalho produzido pelos alunos em direção a importantes ideias matemáticas (Stein et al., 2008). O presente estudo pretende constituir, não só um contributo para o meu desenvolvimento profissional, pois conhecerei mais aprofundadamente aos meus desafios e fragilidades que resultarão numa construção de meios para enfrentá-los, mas também um contributo para a investigação em educação matemática, no sentido de aumentar o conhecimento sobre aspetos associados às discussões coletivas produtivas.

1.3. Organização do relatório

Este relatório é composto por seis capítulos. O primeiro corresponde ao presente capítulo, onde apresento a motivações pessoais e profissionais, objetivo, questões e pertinência do estudo.

No segundo capítulo apresento a revisão da literatura, organizada em três principais secções. Na primeira secção, foco-me no ensino e a aprendizagem dos números racionais, clarificando o que defendem as orientações curriculares, e refiro algumas das dificuldades no ensino-aprendizagem deste tópico matemático. A segunda secção, diz respeito ao ensino da matemática numa abordagem exploratória, abordando todos os momentos que a constituem. E, na terceira secção, apresento as práticas de preparação e de condução discussões coletivas, nomeadamente refiro-me à sua importância e às cinco práticas estabelecidas por Stein et al. (2008).

No terceiro capítulo apresento a metodologia utilizada no desenvolvimento deste projeto de investigação, em três secções. Em primeiro lugar, identifico e justifico o método investigativo utilizado. Em segundo, apresento e justifico os procedimentos de recolha e de análise de dados e, em terceiro, descrevo sucintamente o contexto do estudo.

No quarto capítulo apresento brevemente as tarefas propostas aos alunos, bem como a forma como preparava e como, usualmente, decorriam as aulas durante a intervenção pedagógica.

O quinto capítulo foca-se na apresentação e análise dos dados relativos às tarefas exploradas no âmbito deste projeto de investigação, organizado em duas secções distintas, que correspondem aos desafios na preparação e na condução das discussões coletivas.

Por fim, no último capítulo, apresento o capítulo das considerações finais, que se divide em três secções. Em primeiro lugar, apresento uma síntese do estudo realizado, em segundo lugar, respondo às questões de investigação formuladas com base na análise dos dados recolhidos e, por fim, termino com uma reflexão global sobre o desenvolvimento deste estudo e da importância que representa para as minhas práticas enquanto futura professora.

Capítulo 2. Revisão da literatura

Este capítulo corresponde a uma revisão da literatura de aspetos centrais associados ao tema do projeto de investigação e encontra-se estruturado em três secções. A primeira secção foca-se no ensino e na aprendizagem dos números racionais no 1.º ciclo. A segunda inclui uma discussão sobre o ensino da matemática numa abordagem exploratória, sendo destacados dois aspetos fundamentais nesta abordagem – as tarefas e a comunicação na sala de aula. A terceira, e última secção, foca-se nas práticas de preparação e de condução de discussões coletivas. Nesta secção discuto a importância destas práticas, descrevo cada uma delas e refiro os desafios que lhes estão associados.

2.1. O ensino e a aprendizagem dos números racionais no 1.º ciclo

O tema dos números racionais faz parte do domínio Números e Operações expresso no currículo do ensino básico em Portugal. Dentro dos números racionais podemos encontrar o estudo das frações, que constitui um tema do 1.º ciclo do ensino básico, onde se reconhece a necessidade de que os alunos compreendam os diferentes aspetos relacionados com esta temática (ME, 2016).

Os números racionais podem estar associados a significados distintos, como: parte-todo, medida, quociente e operador (Martinho, Ferreira, Boavida, & Menezes, 2014). A investigação sobre as primeiras aprendizagens relacionadas com os números racionais tem sugerido uma primeira abordagem ao estudo das frações através da exploração do significado de partilha equitativa, pois esta opção tem revelado que auxilia os alunos a compreender o significado do numerador, do denominador e sua relação, facilitando a construção do conceito de fração (Pinto & Mamede, 2019). Todavia, esta investigação salienta “(...) a necessidade de uma exploração posterior de outros significados, nomeadamente parte-todo, operador, medida e razão tendo em vista a construção de um conceito de número racional completo” (Pinto & Mamede, 2019, p. 19).

A literatura sobre esta temática tem sublinhado, também, que o conceito de número racional só é adquirido quando os alunos exploraram e dominam todos os significados de fração e sua tradução nos diferentes modos de representação (Pinto & Mamede, 2019).

Vejamos de que modo estas ideias e perspetivas sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais surgem, ou não, espelhadas nas orientações curriculares, no nosso país.

De acordo com as orientações curriculares para o 1.º ciclo de 2007, o trabalho com os números racionais deve ser iniciado por uma abordagem intuitiva, através de situações de divisão da unidade em partes iguais com recurso a modelos e com representação em forma de fração e, posteriormente, defende-se que este conteúdo deverá ser aprofundado, existindo assim, uma preocupação com os significados das frações (Ponte et al., 2007).

O Programa e Metas Curriculares de Matemática (ME, 2013) não expressa essa preocupação com o significado das frações, parecendo valorizar, sobretudo, o uso das frações em operações de cálculo, nomeadamente no que diz respeito à destreza com algoritmos. Para além disso, parece desvalorizar-se a abordagem de situações de partilha equitativa, sugerindo que a introdução das frações se inicie representando uma medida de uma grandeza, nomeadamente através da decomposição de segmentos de reta (idem).

Recentemente, o documento Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico (ME, 2016), realça que o estudo deste conteúdo deve ter início a partir da utilização de frações para indicar grandezas formadas por um dado número de partes equivalentes que resulte numa divisão equitativa de um todo. Sugere que se inicie com o trabalho associado às frações a partir de frações unitárias enquanto parte de um todo contínuo ou discreto que se toma para unidade e se recorra ao uso de materiais, como por exemplo as barras de Cuisenaire ou tiras de papel quadriculado, para trabalhar frações de denominador 2, 3, 4, 5 e 10. Só depois sugere passar à sua representação a partir da decomposição de um segmento de reta. Salienta, ainda, que “na abordagem aos números fracionários, dever-se-á dar uma

atenção especial ao conceito de unidade de referência” (ME, 2016, p. 6). A preocupação da compreensão do que pode significar uma fração e de uma abordagem gradual para situações mais complexas, como por exemplo, as operações com frações, volta a ser recentemente uma preocupação das orientações curriculares no nosso país. Estas preocupações com a compreensão e com a atribuição de significados é extensível à aprendizagem dos números racionais e estão patentes nos princípios apresentados por Brocardo (2010), que orientam a ação do professor para ensino deste conjunto numérico:

- Princípio 1 – Usar contextos e modelos apropriados. Corresponde a atribuir importância à utilização de diferentes contextos que possibilitem aprofundar a compreensão dos números racionais e as destrezas de cálculo;
- Princípio 2 – Desenvolver gradualmente as «grandes» ideias subjacentes aos números racionais. Realça a preocupação de ter em conta os sentidos das operações e os diferentes significados das frações, propondo situações que compreendam os sentidos das diferentes operações e os diversos significados das frações;
- Princípio 3 – Construir significados e relações. Evidencia a importância da compreensão, por parte dos alunos, dos vários conjuntos numéricos e de ser capaz de efectuar cálculos usando os números nas suas diferentes representações. Considera-se que é fundamental que os alunos aprendam a operar igualmente com números naturais, fracionários ou decimais e resolvam problemas onde estes se incluem, de forma a compreenderem as relações que existem entre as diferentes representações.

É consensual, para a maioria dos autores, que o tópico Números Racionais constitui um dos mais importantes, mas também, dos mais complexos para os alunos aprenderem e para os professores ensinarem (Guerreiro & Serrazina, 2017; Monteiro & Costa, 1996; Pinto & Mamede, 2019; Ponte & Quaresma, 2014; Silva, Boavida, & Oliveira, 2012).

Habitualmente, os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão dos conceitos que o estudo destes números envolve (Guerreiro & Serrazina, 2017). Para Silva

et al. (2012) “compreender os números racionais envolve a coordenação de múltiplas e diferentes ideias e interpretações que estão, no entanto, inter-relacionadas” (p. 202, referindo Lamon). A compreensão dos números racionais envolve um entendimento dos seus diversos significados bem como o estabelecimento de relações entre as suas diferentes representações, que incluem as linguagens verbal e pictórica, fração, dízima e percentagem (Martinho et al., 2014). Por isso, é fundamental encontrar formas de apoiar os alunos na construção do conceito de número racional e tornar a aprendizagem deste universo numérico desafiante do ponto de vista do desenvolvimento curricular (Guerreiro & Serrazina, 2017).

Para o professor, o conhecimento profundo dos diferentes conceitos associados aos números racionais é basilar, pois as dificuldades sentidas, quer por alunos, quer por professores, resultam de conflitos conceituais provocados pelas propriedades deste conteúdo, especialmente o facto de ser um conjunto que apresenta múltiplas representações (Perfeito, 2015). Para Ponte e Serrazina (2000) o professor necessita de se sentir à vontade no conteúdo que ensina. Como tal, quando inaugura um novo tópico, deve verificar o que os alunos conhecem de aprendizagens anteriores (Ponte & Serrazina, 2000). Para Silva et al. (2012) “(...) ter maturidade na compreensão dos números racionais é mais do que ser hábil a manipular símbolos: significa ser capaz de estabelecer conexões nas várias situações modeladas por esses símbolos” (p. 202).

Assim, será necessário que o professor possua um conjunto de conhecimentos para ensinar os números racionais, nomeadamente o conhecimento sobre os tópicos a ensinar e a forma como estes se articulam, onde este deverá saber transformar o seu conhecimento em conhecimento para os alunos, bem como saber apoiá-los nas suas dificuldades, e ainda conhecer as orientações para o ensino do conteúdo em vista (Perfeito, 2015).

2.2. O ensino da matemática numa abordagem exploratória

De acordo com os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2007) a aprendizagem da matemática deve ser realizada com compreensão. São alguns os estudos que comprovam isso mesmo, nomeadamente foram efetuadas pesquisas

psicológicas e educativas que permitiram comprovar a importância do papel da compreensão no conhecimento e atividade de indivíduos considerados competentes (NCTM, 2007). Estes autores defendem que a matemática só faz sentido e torna-se fácil de mobilizar, se os alunos relacionarem conhecimentos novos com conhecimentos existentes pois, se apenas memorizam factos ou procedimentos sem os compreenderem, deparam-se frequentemente com dúvidas sobre quando e como devem usar o que aprenderam (NCTM, 2007).

Ensinar matemática pode ser uma tarefa complexa, e parece que não existem receitas fáceis de aplicar para que todos os alunos aprendam (Ponte & Serrazina, 2000), ou para que todos os professores sejam eficientes no processo de ensino (NCTM, 2007). Ensinar matemática deve incluir “(...) a criação, o enriquecimento, a manutenção e a adaptação do ensino de modo a atingir os objetivos matemáticos, a captar e a manter o interesse dos alunos e envolvê-los na construção ativa do conhecimento matemático” (NCTM, 2007, p. 19).

Uma das dificuldades inerentes ao ensino da matemática relaciona-se com o equilíbrio entre o que foi planificado para a aula e a constante necessidade de tomar decisões devido às descobertas ou dificuldades imprevistas (NCTM, 2007). Assim, os professores devem conhecer o que os alunos já sabem, pois estes aprendem através da conjugação de novas ideias com os seus conhecimentos prévios (NCTM, 2007).

Não há dúvidas que o tipo de experiências que os professores proporcionam têm um importante papel na qualidade da aprendizagem dos alunos (NCTM, 2007). Os alunos aprendem matemática através das experiências que os professores lhes proporcionam, assumindo, por isso, um papel fundamental no que respeita à relação que os alunos estabelecem com a matemática e o que aprendem (NCTM, 2007).

Tradicionalmente, o trabalho na sala de aula seja marcado pela resolução de exercícios e pela realização de atividades de memória e treino (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2009). Contudo, a investigação em torno do ensino e da aprendizagem da matemática salienta a importância de uma abordagem de ensino que atribua um papel ativo ao aluno e que contribua para a construção do seu conhecimento acerca da matemática – a abordagem exploratória (Ponte et al., 2009).

Na abordagem exploratória do ensino da matemática (em inglês *inquiry-based mathematics teaching*), os alunos trabalham em tarefas em que têm de construir as suas próprias estratégias de resolução, usando com flexibilidade diversas representações matemáticas (Ponte & Quaresma, 2014). Os alunos são desafiados para um trabalho de descoberta, ao mesmo tempo que se envolvem em momentos de negociação de significados, argumentação e discussão coletiva (Ponte & Quaresma, 2014). Nesta abordagem procura-se que os conhecimentos e procedimentos matemáticos surjam com significado e, ao mesmo tempo, se desenvolvam capacidades matemáticas associadas aos processos de resolução de problemas, de raciocínio matemático e de comunicação matemática (Canavarro, 2011).

Estruturalmente, uma aula que tem subjacente uma abordagem exploratória divide-se em três etapas (Ponte et al., 2009; Ponte & Quaresma, 2014): (1) apresentação da tarefa que o professor propõe à turma, oralmente ou por escrito, e o modo como os alunos a interpretam (em coletivo); (2) desenvolvimento do trabalho pelos alunos (em grupos, pares ou individual); e (3) a discussão e síntese, em que os alunos partilham com os colegas o trabalho realizado, discutem as estratégias usadas e se sintetizam as ideias matemáticas associadas à exploração da tarefa.

Na primeira etapa, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, cuja tarefa é, frequentemente, um problema ou uma investigação. Este momento deve durar pouco tempo para que os alunos não percam a motivação pela tarefa e para que o tempo da aula que se tem disponível seja aproveitado para a efetiva realização da investigação (Ponte et al., 2009). Nesta etapa, o professor deve estabelecer o tempo a que dedica às diferentes etapas, gerir os recursos a utilizar e determinar os modos de trabalho, bem como preocupar-se que os alunos entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014). O professor deverá garantir “(...) que todos os alunos entendem o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade” (Ponte et al., 2009, p. 26). Estes momentos iniciais possuem uma especial relevância quando a turma tem pouca ou nenhuma experiência com esta abordagem (Ponte et al., 2009).

Na segunda etapa, o professor apoia os alunos no trabalho sobre a tarefa, realizado e busca garantir que todos participam de forma produtiva (Stein, Engle, Smith,

& Hughes, 2008), passando a desempenhar um papel mais de retaguarda (Ponte et al., 2009). Assim, o professor deve buscar entender como o trabalho dos alunos se vai organizando e auxiliar sempre que for necessário (Ponte et al., 2009). O professor precisa também de garantir que os alunos se preparam para apresentar o seu trabalho à turma e que produzem os materiais adequados em tempo útil para a fase de discussão. Simultaneamente, o professor seleciona as resoluções que irão ser partilhadas, através da sua observação e apreciação das mesmas e estabelece a sequência da sua apresentação à turma (Stein et al., 2008).

Na última etapa, o professor orquestra uma discussão acerca da tarefa, gerindo as intervenções que vão sendo efetuadas e fomentando a qualidade matemática das suas explicações e argumentações, bem como comparando as diferentes resoluções (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014). Este “(...) deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente” (Ponte et al., 2009, p.41).

Sem a discussão final, por exemplo, no contexto de realização de uma investigação matemática, corre-se o risco de perder o sentido dessa investigação, pois a fase de discussão é considerada essencial para adquirir uma compreensão mais rica do que significa investigar, desenvolver a comunicação matemática, e de refletir sobre o trabalho realizado (Ponte et al., 2009).

Para Ponte e Quaresma (2014) “esta abordagem é marcada pela natureza das tarefas propostas, pelas formas de trabalhar e pelo tipo de comunicação que tem lugar na sala de aula” (p. 104). Tendo em conta a importância destes dois aspetos, discuto em seguida, com um maior desenvolvimento, cada um deles em subsecções intituladas “As tarefas” e “A comunicação matemática na sala de aula”.

As tarefas. As tarefas são fundamentais pela atividade que podem suscitar, pois defende-se o que os alunos aprendem partindo, especialmente, da atividade que realizam e da reflexão que efetuam sobre a mesma (Ponte & Quaresma, 2014). O professor tem aqui um papel fundamental, pois é ele o responsável por criar oportunidades de aprendizagem (Rodrigues, Menezes, & Ponte, 2018).

De facto, é o professor que, apoiado no seu saber didático, seleciona tarefas que promovam o envolvimento dos alunos em discussões matemáticas e, simultaneamente, favoreçam a aprendizagem de conceitos e procedimentos, a generalização de relações matemáticas e, ainda, organiza e orienta as discussões (Rodrigues et al., 2018). Por isso, o seu papel e ação são cruciais, começando no papel que tem em realizar uma escolha criteriosa de tarefas a desenvolver e o delineamento da sua exploração matemática com vista ao cumprimento do seu propósito matemático para cada aula (Canavarro, 2011; Ponte & Quaresma, 2014).

A escolha adequada das tarefas e a sua utilização e adaptação, a partir de materiais didáticos, pode ser bastante complexa (NCTM, 2007).

Tarefas matematicamente válidas para o ensino e aprendizagem da matemática, devem ser sustentadas: “(...) (i) em Matemática correta e significativa; (ii) no conhecimento das compreensões, interesses e experiências dos alunos, e (iii) no conhecimento das diversas maneiras como diferentes alunos aprendem Matemática” (Ponte, 2014, p. 17). E, para além disso, como refere Ponte (2014) as tarefas necessitam de proporcionar:

- o envolvimento dos alunos em atividades mentais;
- o desenvolvimento das compreensões e capacidades matemáticas;
- o incitamento a realização de ligações e desenvolvimento de uma vista coerente de ideias matemáticas;
- a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático;
- a comunicação matemática;
- a representação na área da Matemática em constante desenvolvimento;
- o apoio nas experiências e disposições dos alunos;
- o desenvolvimento da disposição dos alunos para fazer Matemática.

Ora, para Henningsen e Stein (1997) as tarefas matemáticas são fundamentais para a aprendizagem dos alunos porque são através delas que se transmitem mensagens sobre o que é matemática e, o que fazer matemática implica. Para NCTM (2017) um ensino eficaz da matemática recorre a tarefas, constituindo-se uma das

maneiras de motivar e auxiliar os alunos na construção de novos conhecimentos matemáticos, pois para aprender matemática com compreensão é importante a existência de oportunidades regulares para os alunos se envolverem em tarefas que se centrem no raciocínio e na resolução de problemas que possibilitem numerosas abordagens e estratégias diversificadas de resolução (NCTM, 2017).

As tarefas em que os alunos se envolvem fornecem contextos promotores de aprendizagem para pensar sobre o tema, e diferentes tarefas podem fazer surgir diferenças exigências cognitivas sobre os alunos (Henningsen & Stein, 1997). Logo, a sua natureza pode, potencialmente, influenciar e estruturar a forma como os alunos pensam, bem como podem limitar ou alargar os seus pontos de vista sobre o assunto com o qual estão envolvidos (Henningsen & Stein, 1997).

Estas tarefas podem ir desde conjuntos de exercícios rotineiros até a problemas complexos e desafiadores focados numa dada ideia matemática (NCTM, 2017). É, por isso, fundamental eleger tarefas adequadas, que sirvam de base a uma atividade matemática rica e multifacetada por parte dos alunos (Ponte & Quaresma, 2014).

Uma vez que as tarefas e o modo como são exploradas na sala de aula são consideradas essenciais para o que os alunos aprendam matemática (Stein & Smith, 1998; Silva et al., 2012), estas assumem uma maior importância quando se trata de preparar o ensino de tópicos que levantam sérias dificuldades (Silva et al., 2012). Os professores devem, portanto, selecionar e propor tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas frequentemente, para se certificarem que os alunos têm oportunidade de se envolver em pensamento de nível elevado (NCTM, 2017). No entanto esta condição essencial não garante que os alunos se envolvam, na verdade, a um nível considerado elevado (NCTM, 2017).

É essencial que os alunos tirem partido dessas tarefas e que os comentários e as respostas do professor às dúvidas dos alunos não reduzam o nível de exigência cognitiva da tarefa (Stein et al., 2008). De acordo com Henningsen e Stein (1997) é possível envolver os alunos de forma consistente e com sucesso em tarefas de alto nível, no entanto pode acarretar algumas dificuldades. Uma delas é resistir ao desejo dos alunos em reduzir a complexidade da tarefa que, por sua vez, pode levá-los a pressionar os

professores a explicitar mais detalhadamente os procedimentos para completar a tarefa. Uma outra dificuldade é conseguir um alinhamento adequado entre tarefas, atendendo aos conhecimentos prévios, interesses e motivação dos alunos.

O estudo efetuado pelos mesmos autores conclui que os fatores que influenciam a manutenção do envolvimento dos alunos num nível cognitivo elevado de exploração das tarefas são: (1) o facto de a tarefa basear-se no conhecimento prévio dos alunos; (2) a existência de andaimes ou *scaffolding*, que sustenta o auxílio pelo professor ao aluno na compreensão e dúvidas acerca tarefa; (3) o tempo disponível para realizar a tarefa.

A comunicação matemática na sala de aula. O ensino exploratório da matemática corresponde a uma abordagem ao ensino sustentada na premissa que a comunicação se apoia em processos de discussão, dos quais resulta aprendizagem e consolidação do conhecimento matemático (Guerreiro, Ferreira, Menezes, & Martinho, 2016).

Tradicionalmente, a intervenção do professor em sala de aula é fortemente marcada pela comunicação oral e inclui, essencialmente, a exposição e o questionamento (Boavida et. al, 2008). Com a finalidade de envolver os alunos numa atividade matemática significativa, o professor deverá assumir dois papéis que ocorrem em simultâneo: ser líder e ser participante, onde as questões que coloca aos alunos constituem um instrumento que permite manter o grupo coeso e comprometido para com as aprendizagens matemáticas em discussão (Boavida et al., 2008).

O ensino da matemática deve apoiar-se em questões que encorajem os alunos a explicar e a refletir sobre o seu pensamento (NCTM, 2017). As respostas a estas questões também permitem aos professores identificar o que os alunos sabem, para apoiarem os alunos no estabelecimento de conexões matemáticas importantes (NCTM, 2017).

Para o NCTM (2017), existem diversas categorias de tipos de questões, que diversos investigadores sistematizaram e agruparam. No entanto, apesar de existirem diferentes categorias nas sistematizações efetuadas, existem muitos aspetos em comum que os ligam (NCTM, 2017). Portanto, podemos distinguir quatro questões tipo, que tem como finalidades: (1) Recolher informação; (2) Explorar o pensamento; (3)

Tornar a matemática visível; e (4) Encorajar a reflexão e a justificação (ver Tabela 1) (NCTM, 2017).

Tabela 1: Tipos de questões utilizadas no ensino da matemática – adaptado de NCTM (2017, p.36/37)

Tipo de questão		Descrição
1	Recolher informação	Os alunos lembram-se de factos, definições e precedimentos.
2	Explorar o pensamento	Os alunos elaboram ou clarificam o seu pensamento, incluindo a articulação dos passos nos métodos de resolução ou da realização de uma tarefa.
3	Tornar a matemática visível	Os alunos discutem as estruturas matemáticas e estabelecem conexões entre ideias e relações matemáticas.
4	Encorajar a reflexão e a justificação	Os alunos mostram uma compreensão mais aprofundada do seu raciocínio e das suas ações, nomeadamente apresentando argumentos para validar o seu trabalho.

Fazer perguntas aos alunos promovem aprendizagens significativas (Boavida et al., 2008) e o papel comunicativo do professor é determinante na ligação entre as interações sociais de alunos e professor (Guerreiro A. , 2014). Colocar questões em sala de aula não é considerada uma tarefa fácil para o professor (Boavida et al., 2008), porém, o envolvimento do professor e dos alunos numa prática de questionamento e de reflexão é fundamental (Guerreiro A. , 2014).

2.3. Práticas de preparação e de condução discussões coletivas

2.3.1. A importância das discussões coletivas

Desde os anos 90 que o trabalho coletivo tem vindo a ganhar terreno e a afirmar a sua importância (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013). É notória uma importante evolução no que respeita ao trabalho a realizar na sala de aula, nomeadamente expresso nas orientações curriculares para o ensino da Matemática, valorizando a proposta de tarefas como explorações, investigações e problemas, bem como a sua discussão coletiva na turma (Ponte et al., 2013). Esta forma de trabalho tem vindo a ganhar expressão como perspetiva curricular de Matemática de cunho exploratório ou investigativo (Ponte et al., 2013).

Os estudos efetuados na área revelaram que conhecimentos e competências complexos são aprendidos através da interação social, esta que nos proporciona a oportunidade de utilizar os outros como recursos, partilhar as nossas ideias com os outros e participar na construção conjunta do conhecimento (Smith & Stein, 2011). Contrariamente a uma sala de aula fortemente controlada pelo professor, com esta perspetiva de trabalho, procura-se proporcionar aos alunos um espaço alargado de participação, sendo “(...) incentivados a apresentar as suas soluções e as suas estratégias para a resolução das tarefas bem como a questionar as soluções e estratégias dos colegas, seja porque não as compreendem, seja porque não as consideram matematicamente válidas” (Ponte et al., 2013, p.56). Como tal, as discussões fazem parte das mais atuais visões sobre o ensino da matemática (Stein et al., 2008).

Assim, aulas de matemática deverão centrar-se em envolver os alunos na resolução e na discussão de tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas (NCTM, 2017).

As orientações curriculares recentemente promulgadas em Portugal evidenciam também a preocupação com a promoção de aulas que culminem num formato de discussão. O atual *Programa de Matemática do Ensino Básico* realça a importância da realização de discussões coletivas na sala de aula ao afirmar que:

(...) o ensino-aprendizagem tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de

conceitos e representações matemáticas. Ouvir e praticar são actividades importantes na aprendizagem da Matemática, mas ao seu lado surgem com importância crescente o fazer, o argumentar e o discutir. (Ponte et al., 2007, p. 9)

Também o documento *Aprendizagens Essenciais* (DGE, 2018) evidencia a preocupação com o desenvolvimento da capacidade matemática e do raciocínio matemático dos alunos:

(...) pretende-se que, ao longo da escolaridade básica, os alunos (...) adquiram o vocabulário e linguagem próprios da Matemática e desenvolvam a capacidade de comunicar em Matemática, por forma a serem capazes de descrever, explicar e justificar, oralmente e por escrito, as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões que obtêm. (DGE, 2018, pp. 2-3)

Assim, prevê-se que os alunos se envolvam em apresentação, justificação e argumentação sobre diferentes estratégias de resolução de tarefas e na sistematização das principais ideias resultantes dessa partilha e, como tal, considera-se que as discussões matemáticas podem constituir-se uma prática promotora de aprendizagem desta área (Rodrigues, Menezes, & Ponte, 2018).

O professor é uma das figuras centrais e tem um papel importante no processo de ensino aprendizagem. As suas ações são responsáveis por incentivar os alunos a refletir, a interrogar, a resolver problemas e a discutir as suas ideias e estratégias e soluções, onde também é responsável por criar um ambiente intelectual, no qual a presença de raciocínio matemático é essencial (NCTM, 2007).

Para Rodrigues et al. (2018) o envolvimento dos alunos numa discussão coletiva pode ser um momento rico em aprendizagem ou uma atividade pouco significativa, dependendo da forma como o professor prepara e conduz a discussão. O facto de uma discussão coletiva envolver os alunos na partilha de estratégias, não implica, necessariamente, que seja uma discussão matemática produtiva, pois esta tem de garantir a promoção do desenvolvimento e progressão dos conceitos matemáticos (Delgado, Oliveira, & Brocardo, 2017).

Considera-se uma discussão produtiva aquela que apresentar duas características importantes: primeiro, deve apoiar-se no pensamento dos alunos; segundo, necessita-se de avançar com ideias matemáticas importantes (Ponte et al., 2013).

A investigação que tem sido realizada e a prática profissional têm demonstrado como os momentos de discussão são fundamentais para a compreensão matemática por parte dos alunos, e os professores devem promovê-los sempre que considerem apropriado (Ponte, 2017). A comunicação em sala de aula constitui-se, definitivamente, um marco essencial e decisivo para as oportunidades de aprendizagem dos alunos (Ponte & Quaresma, 2014), onde estes são membros ativos na comunidade de discurso quando esclarecem o seu raciocínio ou têm em conta as explicações e estratégias matemáticas dos seus colegas (NCTM, 2017).

De acordo com o NCTM (2017) o ensino da matemática tem de envolver os alunos no discurso para promover a aprendizagem matemática de toda a turma. Um discurso matemático “(...) inclui a troca intencional de ideias através da discussão na sala de aula, assim como o recurso a outras formas de comunicação verbal, visual e escrita (NCTM, 2017, p. 29)”. Uma aula orientada para discussões matemáticas procede-se em três momentos distintos (Stein et al., 2008): (1) momento de lançamento; (2) momento de exploração; (3) momento de discussão. O primeiro momento inicia-se pela apresentação de uma tarefa matemática pelo professor, onde se incorporam ideias matemáticas importantes e têm a possibilidade de serem resolvidas de várias formas. No segundo momento, os alunos trabalham a tarefa, discutindo-o em pares ou pequenos grupos, e são encorajados para resolver as questões da tarefa da forma que lhes faça mais sentido e preparem-se para explicar a sua perspetiva à turma. Por fim, a aula termina com o momento da discussão com toda a turma sobre as várias propostas pensadas para resolução da tarefa.

Assim, para o NCTM (2017) os alunos desenvolvem uma compreensão profunda que é fundamental para o seu futuro sucesso na matemática e em áreas relacionadas, pois através de competências desenvolvidas nas discussões os alunos aprendem a articular e a justificar as suas próprias ideias matemáticas, que raciocinam a partir das suas próprias explicações e as dos seus colegas.

Durante as discussões matemáticas é natural que existam situações de desacordos, no entanto para alguns autores os alunos envolvidos nesta situação ganham uma melhor compreensão matemática na medida em que trabalham bastante para convencer os outros acerca de diferentes pontos de vista (Ponte, 2017).

Nesta situação revela-se a importância de o professor estabelecer a expectativa que os seus alunos apresentem o seu raciocínio e soluções aos colegas e, sobretudo, que prestem atenção aos outros, pois, como já vimos, a exploração de desacordos é importante, todavia pode colocar-se a questão de saber como estes devem surgir, particularmente em alunos que evidenciam grandes dificuldades de comunicação, assim como a forma de articular essa exploração com outros aspetos das discussões matemáticas (Ponte, 2017).

2.3.2. As cinco práticas de preparação de discussões coletivas produtivas

Com o objetivo de fornecer aos professores algum controle sobre o que pode acontecer na discussão, bem como possuir de mais tempo para tomar decisões instrucionais, deslocando, assim, algumas das decisões para uma fase de planeamento da aula, foram projetadas cinco práticas consideradas fundamentais a serem utilizadas pelos professores na preparação e realização de discussões matemáticas produtivas (Smith & Stein, 2011). Estas práticas são: antecipar (*anticipating*), monitorizar (*monitoring*), selecionar (*selecting*), sequenciar (*sequencing*) e estabelecer conexões (*connecting*).

Antecipar. Uma prática considerada muito importante que é realizada, ainda, durante o trabalho de planificação e corresponde, maioritariamente, em antecipar como os seus alunos irão abordar as tarefas que lhes são colocadas (Canavarro, 2011). Envolve o desenvolvimento de expectativas sobre como os alunos podem interpretar matematicamente um problema, o conjunto de estratégias, sejam elas corretas e/ou incorretas, assim como essas estratégias e interpretações se podem relacionar com as ideias matemáticas em vista (Smith & Stein, 2011).

Monitorizar. Realiza-se em sala de aula e é muito apoiada pela antecipação (Canavarro, 2011) e pretende, principalmente, monitorizar as respostas dos alunos. Esta

prática envolve prestar muita atenção ao pensamento matemático dos alunos e estratégias de resolução enquanto estes trabalham na tarefa (Smith & Stein, 2011), uma vez que corresponde à apropriação por parte do professor das estratégias e resoluções dos seus alunos com a finalidade de estimar o seu potencial para a aprendizagem matemática a promover (Canavarro, 2011). Ao circular pela sala de aula, o professor recolhe informação de como os alunos estão a trabalhar e que ideias matemáticas estão a explorar: observa e ouve os alunos; avalia a validade matemática das ideias e resoluções; interpreta e dá sentido ao seu pensamento matemático, mesmo que não tenha antecipado essas resoluções; e apoia os alunos em dificuldades a concretizar resoluções que tenham potencial matemático relevante para o propósito matemático da aula (Canavarro, 2011). Enquanto isto, torna-se possível aos professores usar estas observações para decidir o que e em quem se focar durante a discussão que se segue (Smith & Stein, 2011).

Selecionar. Esta prática também se realiza em sala de aula e é muito simplificada pelo trabalho realizado pelo professor durante a prática anterior (Canavarro, 2011). Desta forma, tendo monitorizado as estratégias utilizadas pelos alunos, o professor pode, então, selecionar aquelas que pretende que sejam partilhadas com o resto da turma (Smith & Stein, 2011), com a finalidade de “proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas ao propósito matemático da aula” (Canavarro, 2011, p. 115). Para efetuar esta seleção, o professor pode adotar distintos critérios como, por exemplo, selecionar: resoluções que apresentam um erro recorrente a elucidar; resoluções particulares que se distinguem e/ou acrescentam compreensão e/ou ajuda para atingir o objetivo matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas; e resoluções com representações matemáticas diversas, especialmente as mais eficazes (Canavarro, 2011).

Sequenciar. Esta prática diz respeito à sequenciação, isto é, à ordem pela qual o professor pretende discutir as resoluções dos alunos selecionadas previamente (Smith & Stein, 2011) e ocorre em simultâneo com a prática anterior (Canavarro, 2011). Com esta sequenciação das apresentações e partilha de ideias dos alunos, o professor pode maximizar as hipóteses de a discussão serem matematicamente mais bem-sucedidas (Canavarro, 2011). Igualmente nesta prática, o professor pode escolher diversos

critérios, nomeadamente, iniciar com uma resolução que ajude a tornar a discussão mais compreensível a todos os alunos por permitir esclarecer aspetos essenciais e basilares que se sirvam de base para ideias mais complexas, ainda que, independentemente das resoluções serem corretas ou incorretas (Canavarro, 2011).

Estabelecer conexões. Finalmente, esta prática inicia-se logo a seguir à discussão das diferentes resoluções ou pode começar durante a mesma (Canavarro, 2011). Aqui, o professor ajuda os alunos a estabelecer conexões entre suas resoluções e principais ideias matemáticas da aula com as de outros alunos da turma (Smith & Stein, 2011), convidando à análise, comparação e confrontação das diferentes resoluções apresentadas, identificação do que existe de semelhante ou de diferente e quais são as potencialidades e mais valias de cada uma delas (Canavarro, 2011).

2.3.3. Alguns desafios na preparação e condução de discussões coletivas

O ensino exploratório da Matemática e, particularmente, a condução de discussões matemáticas e a criação de uma cultura discursiva na sala de aula, apresentam desafios para o professor (Canavarro, 2011; NCTM, 2017). Nas investigações que têm vindo a ser realizadas, vários autores têm documentado uma série de desafios, os quais destaco:

Seleção das tarefas matemáticas. Escolher as tarefas certas é crucial para potencializar as aprendizagens matemáticas visadas (Canavarro, 2011). Isto pode constituir-se um desafio, pois neste momento referem-se dúvidas e incertezas por parte do professor sobre a adequação das tarefas relativamente aos conhecimentos que os alunos têm, assim como pensar na sua adequação para o propósito, uma vez que devem ser desafiantes para os alunos e originar o uso de diversas estratégias (Ferreira & Delgado, 2017).

Antecipação de resoluções possíveis. Antecipar resoluções é importante para o professor se preparar e prever possíveis trajetórias, com a finalidade atingir o propósito matemático da aula em articulação com as estratégias que surgem na realidade (Canavarro, 2011). Neste momento existem relatos de professores onde descrevem o

receio de não serem capazes de antecipar a totalidade das estratégias e procedimentos utilizados pelos alunos (Ferreira & Delgado, 2017).

Gerir o tempo disponível. Gerir a discussão tendo em conta o tempo que falta para acabar a aula é um desafio bastante recorrente (Delgado et al., 2017). Gerir muito bem todos os minutos disponíveis para que se complete o trabalho em torno de uma tarefa na mesma aula, evitando adiar para a aula seguinte a discussão e/ou a sistematização das aprendizagens, pois para Canavarro (2011) teria como resultado a perda de envolvimento dos alunos e distanciamento das produções matemáticas realizadas, que são difíceis de recuperar na totalidade passado certo tempo. Por isso, este aspeto, geralmente, é marcado por um receio de não serem atingidas as principais finalidades das tarefas, bem como não ser capaz de garantir tempo para se efetuarem as reflexões visadas acerca do tópico matemático (Ferreira & Delgado, 2017).

Utilizar recursos que auxiliem a comunicação. Também como forma de agilizar o tempo disponível, a utilização de recursos como acetatos, cartolinas, fotografias digitais, digitalizações, projetor, entre outros, são materiais que auxiliam a comunicação para que as resoluções estejam à vista de todos (Canavarro, 2011), de modo a serem alvo de discussão. Se não for antecipada a sua utilização de forma a agilizar a comunicação (Canavarro, 2011) pode tornar-se num desafio relativamente ao tempo.

Promover um ambiente estimulante. É importante que o professor se preocupe em criar ambientes de sala de aula facilitadores e promotores do desenvolvimento e aprendizagem dos alunos em Matemática, ou seja, criar uma determinada cultura de sala de aula. Todavia, como Ponte (2017) acrescenta, devemos ter em atenção que a realização de discussões coletivas numa turma acostumada a trabalhar num registo mais tradicional requer uma aprendizagem por parte dos alunos, sendo, por isso, necessário um trabalho continuado e persistente por parte do professor.

Solicitar a intervenção de todos os alunos. Frequentemente, o professor depara-se com uma ambivalência na seleção das estratégias e/ou dos alunos, pois como referem Delgado et al. (2017):

Por um lado, os alunos que se voluntariam e que não são selecionados podem ter um sentimento de frustração. Por outro lado, os que nunca

se oferecem para responder constituem também uma preocupação, levando-a a interrogar-se acerca dos motivos desta opção. (p. 327)

Gerir as questões e comentários. É imprescindível controlar as questões e comentários que se fazem aos alunos durante a realização da tarefa, de forma a não apontar que estratégias de resolução devem seguir, uma vez que isso resultaria na diminuição do desafio e traria resoluções muito idênticas, diminuindo o potencial da discussão matemática (Canavarro, 2011):-

Promover a discussão. Favorecer um ambiente de discussão, fazer os alunos aprender os conceitos e procedimentos na área da matemática, assim como desenvolver as suas capacidades, nomeadamente a comunicação matemática não deverá “(...) ser um desfile de resoluções distintas apresentadas à vez por diferentes alunos” (Canavarro, 2011, p. 17).

Capítulo 3. Metodologia

Este capítulo encontra-se dividido por três secções. Na primeira secção apresento e justifico as opções metodológicas tomadas para o desenvolvimento da presente investigação. Na segunda, exponho os procedimentos e técnicas de recolha e tratamento de dados que foram utilizadas no decorrer do estudo. E, por fim, na última secção, apresento o contexto onde o projeto foi realizado.

3.1. Opções metodológicas

Numa investigação, a resposta às questões que a orientam pressupõe a construção de um plano de investigação, que se traduz em termos práticos na metodologia do trabalho a ser efetuado (Ponte, 2002).

Tal como já foi referido no capítulo “Introdução”, o presente estudo constitui uma investigação sobre a minha própria prática. Apesar da investigação-ação ser considerada bastante próxima do conceito de investigação sobre a prática, estas não são coincidentes (Ponte, 2002). A natureza e os objetivos dos dois designs de investigação são caracterizados por muitos autores com aspetos comuns, mas tal como é referido por Ponte (2002) existem diferenças entre as duas. Como tal, “a investigação sobre a prática visa resolver problemas profissionais e aumentar o conhecimento relativo a estes problemas (...)” (Ponte, 2002, p. 8). E tal, como refere Ponte (2002) o meu interesse remete-me para a compreensão de uma situação que me intriga, neste caso a minha preocupação reside na compreensão da minha prática na preparação e orquestração de discussões coletivas no âmbito da matemática.

Em busca de conhecer os desafios com que me deparo nas práticas de preparação e condução de discussões coletivas, de modo a retirar os meios e informações necessárias para realizar discussões produtivas, justifica-se o facto do presente estudo incidir numa investigação sobre a minha própria prática, pois tal como Ponte (2002) defende: “(...) a investigação sobre a prática deve emergir como um processo genuíno dos actores envolvidos, em busca do desenvolvimento do seu

conhecimento, procurando solução para os problemas com que se defrontam e afirmando assim a sua identidade profissional” (p.10/11).

As questões formuladas determinam a natureza do objeto de estudo e dos dados que devem ser recolhidos (Ponte, 2002), e como tal, de acordo com as questões às quais pretendo responder, insiro este estudo num paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa de investigação.

No paradigma interpretativo importam “(...) todas as situações em que as preocupações do investigador se orientam para a busca de significados pessoais, para o estudo das interações entre as pessoas e contextos, assim como formas de pensar, atitudes e percepções dos participantes no processo de ensino e aprendizagem” (Coutinho, 2006, p. 5). Como tal, pretendo compreender e analisar a forma como preparo e conduzo as discussões coletivas de modo a que estas sejam produtivas. Para isto, será necessário refletir sobre a minha interação com os alunos no momento das discussões coletivas, procurando compreender que significados lhes atribuo.

A investigação qualitativa associa-se a métodos que orientam à recolha de dados de tipo narrativo em que o investigador é o principal meio do estudo, cujo objetivo da investigação é conseguir uma compreensão integral do fenómeno em estudo (Coutinho, 2006). Para além disto, acontece nos locais “(...) em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas (...)” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 17).

De entre as características apontadas para a investigação qualitativa por Bogdan e Biklen (1994), saliento aquelas mais relacionadas com a investigação que realizei.

A primeira relaciona-se com a fonte direta da recolha de dados, que é realizada em “ambiente natural” (p. 48). Efetivamente, neste estudo, a recolha dos dados foi efetuada no contexto de sala de aula, numa turma do 3.º ano de escolaridade.

A segunda é ser descritiva, ou seja, “os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens” (p. 48), pois pretende-se captar detalhadamente cada situação. Com efeito, a reflexão sobre a minha prática resultou dos dados recolhidos através da captação minuciosa de palavras e imagens, com o intuito de refletir sobre a minha

intervenção nas discussões matemáticas em sala de aula, revelando-se assim, a grande importância de analisar transcrições e registos efetuados durante a captação.

A terceira é pelo facto de os investigadores, que realizam estudos qualitativos, tenderem a analisar os seus dados de forma indutiva, uma vez que têm a finalidade de construir uma “teoria fundamentada” resultante da construção de “(...) um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes” (p. 50). É a partir da recolha e análise dos dados, que pretendo identificar e compreender os desafios que encontrarei na preparação e dinamização das discussões coletivas produtivas. Com isto, procuro alcançar a construção de novos conhecimentos acerca da minha prática, resultando na edificação de um quadro teórico sobre as minhas práticas no âmbito das discussões coletivas.

Por último, o significado tem uma grande importância nesta abordagem metodológica. Para o investigador compreender as ações de sujeitos num determinado contexto é necessário o acesso ao significado, demonstrando uma preocupação com registos rigorosos. O significado torna-se fulcral para o investigador compreender as ações de sujeitos num determinado contexto. Através de instrumentos de registo, pretendo efetuar recolhas rigorosas para ter acesso às minhas ações, intervenções e até pensamentos (através do registo em papel) para analisar e compreender a minha prática na preparação e condução das discussões coletivas.

A investigação qualitativa assume-se “(...) como uma trajectória que vai do campo ao texto e do texto ao leitor. Esta trajectória constitui um processo reflexivo e complexo” (Aires, 2015, p. 16), privilegiando a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação (Bogdan & Biklen, 1994). Deste modo, penso que o estudo se insere na abordagem qualitativa de investigação.

3.2. Métodos de recolha de dados

O conceito *dados* diz respeito aos materiais que os investigadores recolhem do contexto que se encontram a estudar, que são considerados simultaneamente provas e pistas da investigação (Bogdan & Biklen, 1994). Estes são “(...) necessários para pensar de forma adequada e profunda acerca dos aspetos da vida que pretendemos explorar”

(Bogdan & Biklen, 1994, p. 149). Neste sentido, para além de recolher os dados através da observação participante, complementada com o vídeo e áudio gravações das aulas e notas de campo, recorri à recolha documental (produções dos alunos e planificações das aulas). O intuito foi obter dados detalhados sobre a minha prática, tal como a investigação qualitativa obriga.

Observação participante. A observação participante é considerada uma técnica de recolha de dados “fidedigna em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos” (Afonso, 2005, p. 91). Os produtos desta observação são sobre a forma de registo escrito ou vídeo (Afonso, 2005). Este último instrumento é considerado bastante mais vantajoso na reflexão da própria prática do que a reflexão baseada na memória ou em notas, pois permite retornar a visualizar uma determinada parte da aula (Stein & Smith, 1998).

As notas de campo contêm a informação sobre aquilo que se está a investigar (Bogdan & Biklen, 1994) e constituem, como já referi, um instrumento de recolha de dados qualitativos, registando a informação relevante que resulta da observação participante. Estas podem tomar a forma de texto “(...) descritivo, em que a preocupação é de captar uma imagem por palavras (...) e reflexivo (...) que apreende mais o ponto de vista do observador, as suas ideias e preocupações” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 152).

Nesta investigação, as notas de campo complementam a minha observação, pois durante a monitorização do trabalho dos alunos são efetuados registos de informações associadas ao modo de estes resolverem as tarefas e a aspetos que deva ter em conta no momento de discussão coletiva. Posteriormente, após o término das discussões coletivas, efetuo registos de caráter mais reflexivo, como pensamentos, intuições, entre outros aspetos: Será que encontrei desafios? Se sim, onde? Considero que fiz as perguntas certas? A discussão foi produtiva? Os alunos pareciam interessados? etc. Estas reflexões tornam-se fundamentais pois é “escrito debaixo da influência imediata à experiência” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 178).

É de salientar que antecipo dificuldades em tomar notas, principalmente, durante a dinamização das discussões, por ter previsto que me iria encontrar bastante

envolvida na atividade, devido a todo processo e ao profundo envolvimento que as discussões coletivas em sala de aula exigem ao professor. Assim, considero que os instrumentos de áudio e vídeo gravação são elementos essenciais na minha recolha de dados.

Recolha documental. A recolha documental corresponde a um método de recolha de informação na forma de documentos escritos (Bogdan & Biklen, 1994). Para além de documentos oficiais, são também considerados “(...) os materiais que os sujeitos escrevem por si próprios” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 176).

De entre os documentos usados saliento o Projeto Curricular de Agrupamento, as produções dos alunos realizadas durante as resoluções das tarefas e as planificações das aulas elaboradas por mim. Em particular, as produções dos alunos visam permitir ilustrar o modo como os alunos resolvem as tarefas, cuja análise constitui um elemento importante para, do ponto de vista da intervenção, ir construindo tarefas cada vez mais adequadas aos alunos e, do ponto de vista da investigação, compreender como analiso e avalio a sua exploração.

3.3. Processos de recolha e de análise de dados

Para compreender e interpretar os materiais recolhidos há que proceder à análise de dados (Bogdan & Biklen, 1994). “A análise de dados é o processo de busca e de organização de transcrição (...), de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhes permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Em particular recorro à análise de conteúdo que tem por objetivo dar forma e representar de outro modo a informação recolhida, permitindo assim, a passagem de um “(...) documento primário (em bruto), para um documento secundário (representação do primeiro)” (Bardin, 2011, p. 47).

A recolha de dados decorreu ao longo de três semanas, iniciado a 23 de abril de 2019 e terminado a 6 de maio de 2019, tendo sido propostas um conjunto de cinco tarefas matemáticas, que serão descritas de forma detalhada no capítulo 4.

O processo de recolha e análise de dados incluiu duas fases distintas. A primeira consistiu na recolha dos dados relativos à realização de cada uma das tarefas propostas. Nesta fase, para além da recolha de dados, a reflexão que fui fazendo das minhas práticas de modo a melhorá-la constituiu já uma sua primeira análise e uma tomada de consciência de alguns dos desafios com que me deparo na preparação e condução de discussões coletivas. A segunda fase diz respeito a uma análise sistemática de todos os dados que recolhi. No início desta fase, organizei as produções dos alunos e os ficheiros de vídeo e áudio das aulas, por tarefas. Posteriormente, procedi à audição das gravações e visualização dos vídeos das aulas, de forma a identificar segmentos de áudio/vídeo ilustrativos dos desafios com que me fui deparando durante a intervenção, efetuando, em seguida, a sua transcrição.

Tendo em conta as questões do estudo, optei por considerar as categorias de análise associadas aos diversos momentos do trabalho do professor importantes para conduzir discussões coletivas produtivas, incluindo os momentos que antecedem à exploração das tarefas em sala de aula. Neste sentido, os dados foram analisados tendo em conta categorias que decorrem da literatura e que se relacionam com os diversos momentos de trabalho do professor em torno das tarefas. Estas categorias orientam a organização do capítulo da análise dos dados e correspondem a:

- Escolha das tarefas
- Sequenciação das tarefas
- Antecipação das estratégias e dificuldades dos alunos
- Apresentação das tarefas
- Monitorização do trabalho dos alunos
- Condução das discussões coletivas

3.4. Contexto do estudo: a escola e a turma

O contexto de intervenção, do qual decorre este estudo, foi uma turma de 3.º ano de escolaridade de uma escola de 1.º Ciclo do Ensino Básico, do distrito de Setúbal.

Esta escola é uma instituição de ensino público, que alberga os contextos desde a educação pré-escolar ao 12.º ano de escolaridade e está inserida num agrupamento que integra três estabelecimentos de ensino distintos. Iniciou a sua atividade no ano de 1979, sendo que em 2003, foi alvo de uma substituição e construção do atual edifício, constituído, atualmente, por 12 salas de 1.º Ciclo do Ensino Básico, 4 salas de ensino Pré-Escolar e integra no seu espaço o refeitório, o polivalente, e a biblioteca escolar.

O meio no qual se insere a escola nasceu da clandestinidade, encontrando-se, por isso, em progressiva urbanização e desenvolvimento, logo a população deste local é muito heterogénea, pois não existem verdadeiras raízes culturais. A população que aqui habita provém de vários pontos do país, tais como Alentejo, Minho e Algarve, bem como de outros pontos do mundo, nomeadamente, retornados das ex-colónias e de países de imigração.

Participaram neste estudo os alunos pertencentes a uma turma do 3.º ano, constituída por 22 (nove do sexo masculino e treze do sexo feminino). Uma das alunas encontra-se sinalizada com necessidades educativas especiais, no entanto, realiza as mesmas tarefas que a restante turma, tendo, apenas, algumas adaptações na sua avaliação visadas pela recente legislação em vigor, nomeadamente o Despacho Normativo n.º 10-A/2018.

Esta é uma turma que, de modo geral, é participativa. No que diz respeito às sessões dedicadas à área da Matemática, estes alunos estavam habituados a realizar tarefas individualmente ou a pares, e de seguida, a mesma era corrigida no quadro por um aluno ou professora, sendo que eram praticamente inexistentes momentos de discussão coletiva. Globalmente, no que respeita à aprendizagem desta disciplina, segundo a professora cooperante, a turma é heterogénea, existindo quer alunos que revelam facilidade em lidar com os conteúdos matemáticos, como alunos que apresentam mais dificuldades na compreensão dos mesmos.

Capítulo 4. Intervenção pedagógica

Este capítulo encontra-se organizado em duas secções cuja finalidade é contextualizar a intervenção pedagógica efetuada durante o desenvolvimento do projeto. Primeiramente, apresento as tarefas matemáticas que selecionei e, de seguida, exponho, brevemente, uma visão geral da preparação e a realização das aulas durante o estágio.

4.1. As tarefas e a sua seleção

Nesta secção será importante descrever, brevemente, as tarefas propostas aos alunos. Todas elas foram selecionadas com o auxílio da professora orientadora do projeto de investigação, e adaptadas por mim. No total foram propostas cinco tarefas, sendo que todas elas resultaram em discussões coletivas.

Com o objetivo de realizar uma intervenção pedagógica orientada para o desenvolvimento de discussões coletivas na aprendizagem dos números racionais positivos encontrei, em conjunto com a minha orientadora do relatório de investigação, cinco tarefas matemáticas. Na tabela 2 apresento as tarefas e as suas intencionalidades, bem com as datas em que estas se realizaram.

Através da tabela pode constatar-se que foram propostas duas tarefas por semana, sendo que na última semana propus a Tarefa 5. A turma tinha aulas letivas na parte da tarde. Como tal, de acordo com o tempo que a turma tinha disponível para além das atividades extracurriculares, as tarefas foram realizadas no período da tarde em que eu considerava que existia mais tempo disponível para trabalhá-las.

Saliento que a exploração destas tarefas não foi o primeiro contacto que a turma teve com o tópico dos números racionais. Assim, anteriormente a turma já tinha abordado as frações, com destaque para o significado parte-todo no modelo circular, através de uma situação-problema que envolvia a divisão de pizzas.

Tabela 2: Calendarização das aulas e intencionalidades envolvidas em cada uma das tarefas

Tarefas propostas	Sigla para designar a tarefa	Intencionalidades subjacentes à tarefa	Datas de exploração
• Tarefa 1 – “As pinturas do Pedro”	T1	Desenvolvimento do sentido parte-todo	23 de abril de 2019
• Tarefas 2 – “Dobrar uma folha de papel”	T2	Desenvolvimento do sentido parte-todo	24 de abril de 2019
• Tarefa 3 – “O Lanche da Maria”	T3	Desenvolvimento do sentido partilha equitativa	29 de abril de 2019
• Tarefa 4 – “A Corrida Solidária”	T4	Desenvolvimento do sentido medida	30 de abril de 2019
• Tarefa 5 – “O Herbário do Ulisses”	T5	Desenvolvimento do sentido parte-todo	6 de maio de 2019

Tendo em conta o que já referi, será importante descrever, brevemente, as tarefas propostas aos alunos.

Assim, a Tarefa 1 – “Os azulejos do Pedro” (Anexo A) desafiava os alunos, a descobrirem, a partir de uma figura (figura 1), quais seriam os azulejos que representariam metade de cada um deles.

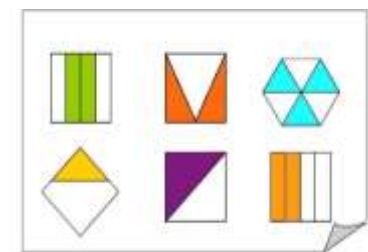


Figura 1: Tarefa 1 - "Os azulejos do Pedro"

Numa questão seguinte, a partir de um quadrado dividido em 8 triângulos iguais, os alunos foram desafiados a pintar, apenas, metade do quadrado.

A Tarefa 2 – “Dobrar uma folha de papel” (Anexo B) era constituída por um conjunto de questões que desafiavam os alunos a dobrar folhas de papel. Estas pretendiam remeter para o uso das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$, para a compreensão das frações com os significados parte-todo e operador e para a reconstrução da unidade a partir das suas partes.

A Tarefa 3 – “O Lanche da Maria” (Anexo C), partia de uma figura (figura 2) e desafiava os alunos a dividir um lanche, em partes iguais, por quatro amigos.



Figura 2: Tarefa 3 - "O Lanche da Maria"

A Tarefa 4 – “Corrida Solidária” (Anexo D) desafiou os alunos a representarem um conjunto de frações com diferentes denominadores numa reta numérica. Estas frações representam pontos específicos no percurso da corrida, nomeadamente postos de bebidas e placas de sinalização. Para esta tarefa foram disponibilizadas folhas quadriculadas onde os alunos registaram as suas estratégias.

Por último, a Tarefa 5 – “O Herbário do Ulisses” (Anexo E) integrou o manual adotado pela escola, e desafiou os alunos a descobrirem o total de folhas existentes num herbário, considerando que um dado número de folhas, correspondiam a $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$ do livro.

4.2. As aulas e a sua preparação

De acordo com a disposição da sala de aula, com mesas dispostas em filas, optei por organizar os alunos em pares, estrategicamente pensados por mim de modo a juntar alunos que apresentassem mais dificuldades com aqueles que têm menos dificuldades, assim como juntei alunos mais calmos com alunos que costumam ser mais desestabilizadores do trabalho em grupo (opção pensada através da observação e conhecimento que possuía acerca da turma). Alguns pares foram sendo alterados ao longo das aulas, no entanto tendo sempre em vista os pressupostos acima mencionados.

Antes de propor as tarefas, foi necessária uma planificação prévia de cada uma delas. Portanto, antecipei possíveis dificuldades por parte dos alunos na realização das tarefas, bem como das formas como podia lidar com elas. Para além disto, também antecipei as possíveis resoluções, assim como uma sua possível sequenciação de apresentação à turma. Desta forma, durante o momento monitorização do trabalho dos alunos, colocava as estratégias previstas por ordem de apresentação numa folha e, ao lado, ia preenchendo com os nomes dos pares. Posteriormente, apenas necessitava de escolher qual seriam os pares selecionados para apresentarem as suas resoluções.

Antes da realização da primeira tarefa achei que seria necessário dar algumas instruções aos alunos sobre o que se iria passar e como seria o trabalho que iríamos desenvolver ao longo das seguintes semanas. Como tal, indiquei que traria alguns desafios para eles resolverem a pares, teriam de responder numa folha branca a caneta azul ou preta (o que acabou por acontecer apenas na primeira tarefa, pois apercebi-me que seria mais fácil para os alunos apagarem a lápis quando se enganavam) e que, no final, culminaria numa discussão sobre o trabalho desenvolvido.

No que diz respeito às aulas, estas dividiram-se em três principais momentos: (1) a apresentação da tarefa, (2) a exploração da tarefa pelos alunos e (3) a discussão coletiva das tarefas matemáticas.

O primeiro momento das aulas destina-se à apresentação da tarefa¹, isto é, neste momento era essencial que os alunos entendessem o contexto do enunciado. Desta

¹ Ao longo deste documento usarei a sigla MA para fazer referência ao momento de apresentação. Esta sigla apresentar-se-á ao longo dos episódios no Capítulo 5 “Análise de dados”

forma, solicitava aos alunos que lessem a tarefa e, se tivessem alguma dúvida no que diz respeito à compreensão do que era pedido, deveria ser explicitado em grupo-turma por mim, ou por um aluno.

O segundo momento corresponde à exploração das tarefas, portanto, este era o tempo em que os alunos resolviam as tarefas a pares numa folha branca onde deviam registrar as suas estratégias de resolução, num tempo previamente estabelecido e comunicado. É também neste momento que inicio o trabalho que dará origem às discussões coletivas acerca das tarefas, nomeadamente, a monitorização do trabalho dos alunos, onde se integra selecionar as estratégias utilizadas e a sua devida sequenciação.

A monitorização do trabalho² dos alunos compreendeu observar o trabalho efetuado pelos pares no sentido de retirar eventuais dúvidas que surgissem e desbloquear raciocínios. Para além disto, tinha em vista selecionar as resoluções que seriam alvo de discussão no momento posterior – o da discussão coletiva.

A seleção das estratégias dos alunos que seriam apresentadas à turma dependeu das resoluções que surgiram, isto é, foram privilegiadas as resoluções mais interessantes e diferentes, ou seja, que pudessem fazer emergir ideias e estratégias importantes a serem abordadas, bem como as resoluções incorretas. Foi, também, tida em consideração a escolha de pares cuja sua participação na sala de aula é caracterizada por ser mais moderada.

Paralelamente à seleção, a ordenação das resoluções foi pensada para serem partilhadas em turma por ordem crescente de complexificação de estratégias, que permitissem o estabelecimento de conexões durante o desenvolvimento da discussão coletiva.

No último momento, isto é, na discussão coletiva das tarefas³, adotei diferentes estratégias para apresentar as diversas resoluções no quadro, mais precisamente, projetei imagens, usei figuras em formato A3 para facilitar a visualização, utilizei

² Ao longo deste documento usarei a sigla MM para fazer referência ao momento de monitorização. Esta sigla apresentar-se-á ao longo dos episódios no Capítulo 5 “Análise de dados”

³ Ao longo deste documento usarei a sigla MDC para fazer referência ao momento de discussão coletiva. Esta sigla apresentar-se-á ao longo dos episódios no Capítulo 5 “Análise de dados”

ferramentas como o *PowerPoint* e dividi o quadro dependendo do número de resoluções a apresentar no quadro. Estas foram todas estratégias pensadas para melhor gestão do tempo disponível, pois antevia algumas dificuldades nesse aspeto (ilustradas pelas figuras 3, 4 e 5).



Figura 3: Utilização do PowerPoint para apresentar a resposta no quadro (em projeção)



Figura 4: Utilização de folhas A3



Figura 5: Utilização da ferramenta PowerPoint em simultâneo com a divisão do quadro

Capítulo 5 - Análise de dados

O presente capítulo encontra-se dividido em duas secções e foca-se na apresentação e análise dos dados relativos às tarefas exploradas no âmbito da intervenção pedagógica. Mais precisamente, são identificados os desafios com que me deparei associados à preparação e condução das discussões coletivas.

5.1. Desafios na preparação de discussões coletivas

5.1.1. A escolha e sequenciação das tarefas

Selecionar/adaptar tarefas com contextos que promovam discussões coletivas produtivas e sequenciar essas tarefas

A seleção das tarefas a explorar de forma a desenvolver discussões coletivas produtivas não se revelou uma prática fácil. Para esta seleção houve uma série de cuidados da minha parte e os quais passo a descrever.

Primeiramente tive em conta alguns aspetos nomeadamente, procurar tarefas que cumprissem os requisitos curriculares, tendo em vista o conteúdo central dos números racionais e incluir algumas tarefas do manual adotado pela escola. Para além disso, procurei tarefas de outros materiais, que fossem tarefas de referência, e cuja de resolução permitisse o uso de diferentes estratégias, aspeto que considerava essencial para que a sua exploração culminasse numa discussão coletiva produtiva. Como tal, procurei tarefas nos materiais elaborados pela Equipa de formadores de Setúbal do *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*⁴ e numa brochura editada pelo Ministério de Educação⁵.

⁴ Disponível em: http://projectos.es.e.ips.pt/pfcm/?page_id=476

⁵ Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). Números e Operações: 3.º ano. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Em seguida, foi necessário fazer uma seleção das tarefas que pretendia explorar na sala de aula. Do conjunto de tarefas que referi anteriormente, com o auxílio da minha professora orientadora, selecionei cinco. Esta seleção resultou de uma análise que teve em conta as ideias matemáticas subjacentes sobre os números racionais que pretendia trabalhar com os alunos e as situações que nelas se invocam, pois pretendia que fossem próximas do quotidiano dos alunos.

Concomitante a esta seleção, houve a necessidade de estabelecer uma ordem segundo a qual pretendia que cada umas dessas tarefas fosse explorada na sala de aula. Pretendia que as tarefas que implicavam os conceitos e ideias matemáticas mais elementares fossem as primeiras, para servirem de base a outras mais complexas. No entanto, durante esta sequenciação, deparei-me com algumas dúvidas. Questionei-me se estas tarefas eram adequadas para os alunos da turma, nomeadamente se conseguiam partir do que os alunos já sabiam e se estes se iriam deparar com muitas dificuldades em resolvê-las. Questionei-me, também, se algumas das tarefas poderiam ser sequenciadas, ou não, de outra forma, pois a ordem pela qual seriam exploradas não é indiferente.

Mais concretamente, duvidei se de entre as cinco tarefas a selecionar deveria incluir a Tarefa 1, pois receava que esta fosse bastante elementar e que, por esse motivo, não fosse suficientemente desafiante para os alunos, nem que favorecesse o desenvolvimento de discussões coletivas produtivas. Todavia, decidi mantê-la, por um lado, pelo facto de alguns alunos anteriormente terem revelado dificuldades na comparação de frações e, por outro, porque permitiria retomar um dos conceitos basilar na aprendizagem das frações – a relação parte-todo.

Tive também dúvidas sobre a ordem entre as Tarefas 2 e 3, pois considerei que a Tarefa 3 podia ser resolvida sem anteriormente ter explorado a Tarefa 2. Todavia achei que existiam benefícios em explorar a Tarefa 2 em primeiro lugar, uma vez que posteriormente à sua realização iria permitir a aprendizagem e a consolidação de ideias matemáticas mais elementares que serviriam de base para uma posterior realização da Tarefa 3, como por exemplo a compreensão da relação parte-todo e o uso de diferentes representações (icónicas e simbólicas).

Assim, apesar das dúvidas com que me deparei, tentei sequenciar as tarefas baseando-me no conhecimento que tinha acerca das dificuldades dos alunos da turma sobre o tema visado e procurei ordená-las no sentido de uma complexificação crescente das ideias subjacentes à aprendizagem das frações.

Selecionar tarefas com contextos aos quais os alunos atribuam significado

Uma das preocupações que tive na seleção das tarefas foi que estas incluíssem contextos aos quais os alunos atribuíssem significado, quer por corresponderem a experiências que conseguissem facilmente compreender, quer por se tratarem de contextos que incluíssem situações próximas das suas vivências. Esta opção prende-se com o facto de considerar que contextos que integram experiências ou temáticas que os alunos, pelo menos, já ouviram falar, pode aumentar o interesse pelas tarefas e, consequentemente, o seu envolvimento na resolução da mesma. Como se pode verificar, as tarefas que foram exploradas no âmbito desta investigação (Anexo A, B, C, D e E) têm todas um contexto (não unicamente matemático) subjacente.

A Tarefa 1 “As pinturas do Pedro” inclui uma situação em que um rapaz, que visitou o Museu do Azulejo e desenhou azulejos num papel, precisa de descobrir quais os azulejos cuja parte pintada representam metade e porquê, constituindo-se, assim, numa situação próxima que, à partida, facilmente é compreendida pelos alunos. A Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel” pretende envolver os alunos na divisão de folhas em partes iguais através de dobragens e a pintura de algumas dessas partes. Através da experiência que envolve a dobragem e pintura visa-se criar uma situação à qual os alunos atribuem significado por fazerem parte do processo de construção do contexto da tarefa. A Tarefa 3 “O Lanche da Maria” apresenta uma vivência que é bastante próxima dos alunos – o lanche e o recreio, e em que os alunos são convidados a resolver uma partilha de elementos da refeição de forma equitativa. A Tarefa 4 “Corrida Solidária” tem uma situação que se associa à prática de desporto, que os alunos costumam admirar, e pretende aludir à organização de um evento. Por fim, a Tarefa 5 “O Herbário do Ulisses” é sobre a construção de herbários, que apesar de existir a possibilidade de ser algo que os alunos nunca tenham ouvido falar, pretende ser uma

situação próxima das suas vivências, pois alude à coleção de objetos – algo que também costuma ser próximo das vivências dos alunos.

De todas as tarefas que selecionei, não senti a necessidade de adaptar as situações associadas aos contextos, fator que considero ser o resultado do cuidado prévio que tive na seleção das mesmas.

Adaptar as tarefas tendo em conta o conhecimento dos alunos sobre frações

Depois de selecionar e sequenciar as tarefas que iriam ser alvo de trabalho em sala de aula, analisei cada uma delas com o objetivo de compreender se eram adequadas aos conhecimentos prévios dos alunos da turma e se o tempo que tinha disponível para a sua exploração era, ou não suficiente. Como tal, em algumas das tarefas, efetuei adaptações que considerei importantes, que descrevo a seguir.

Na Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel” fiz uma adaptação na questão número 4 que teve como principal objetivo diminuir o tempo necessário para a sua exploração. Antevi que, devido às características desta tarefa (maior número de questões, comparando com as restantes tarefas, e por implicar dobragens e pintar), a sua realização iria levar mais tempo. Como tal, a minha preocupação na redução de tempo levou a que eu adicionasse uma folha com quadrículas para a resolução da questão 4 (representada na figura 6 e no Anexo B), com a finalidade de dispensar os alunos da ação de desenhar a folha inicial que esta questão solicitava e de evitar a necessidade de utilizar material de desenho, como réguas.

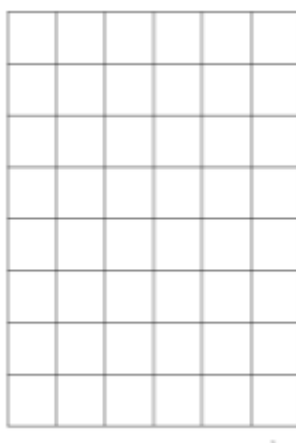


Figura 6: Folha quadriculada que construí para responder à questão 4 da Tarefa 2

Assim, com o auxílio da folha representada na figura 6, adaptei a tarefa que originalmente dizia “desenha a folha inicial (...)” (figura 7) para “Pinta a folha inicial (...)” (figura 8).

4. A figura seguinte representa uma de 8 partes iguais de uma folha, depois de ser dobrada. Desenha a folha inicial em papel quadriculado.

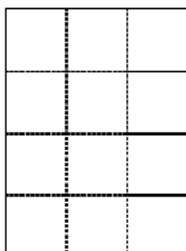


Figura 7: Questão 4 da Tarefa 2 (original)

4. A figura seguinte representa uma de 8 partes iguais de uma folha, depois de ser dobrada. Pinta a folha inicial em papel quadriculado.



Figura 8: Questão 4 (excerto da Tarefa 2) depois de adaptada

Como podemos verificar pela comparação das figuras 7 e 8, também decidi adaptar a imagem da questão 4, pois antevia que a imagem da tarefa original (figura 7) iria criar dificuldades. Todavia, como poderemos verificar no ponto 5.1.4, esta adaptação que efetuei desencadeou um desafio com o qual tive de lidar no momento de monitorização.

Também adaptei a tarefa que viria a dar origem à Tarefa 4 “Corrida Solidária”. Esta adaptação relaciona-se com os números envolvidos e teve por base a antecipação das dificuldades que os alunos pudessem vir a ter em lidar com os números da tarefa original, pois esta solicitava que se dividisse o percurso em quartos e em décimos:

(...) montar três postos de distribuição de bebidas: um no primeiro quarto do percurso, outro a meio e o último a três quartos do início (...) e colocar as placas de modo a assinalarem do $\frac{1}{10}$ percurso, $\frac{4}{10}$ do percurso e $\frac{9}{10}$ do percurso. (Monteiro, Lobo, Veloso, Sousa, Moura & Ribeiro, 2006)

Considerei que, tendo em conta o conhecimento que os alunos possuíam sobre as frações neste momento, teria de propor a colocação na reta numérica de frações “mais simples” e de mais fácil posicionamento na reta (como por exemplo, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{7}{8}$ ou $\frac{1}{2}$), pois previa dificuldades neste sentido. Simultaneamente, tentei manter um dos objetivos da tarefa – o de levar os alunos a compreender como representar frações (com diferentes denominadores) numa reta numérica.

5.1.2. A antecipação das estratégias

Antecipar ‘todas’ as estratégias que pudessem vir a ser usadas pelos alunos

Antecipar as resoluções dos alunos constitui-se uma prática importante na preparação da exploração de tarefas de forma a potenciar discussões coletivas produtivas. No entanto, esta antecipação revelou um conjunto de desafios.

A antecipação das estratégias de resolução das diversas tarefas propostas foi um trabalho que aconteceu durante a sua preparação prévia, ainda em casa, e foi neste momento que surgiram algumas dúvidas e receios. O receio de não esgotar todas as hipóteses de estratégias que os alunos poderiam apresentar foi um dos desafios. Esta antecipação resultou do conhecimento que tinha acerca da turma, todavia deparei-me com dúvidas se seriam, ou não, aquelas resoluções que antecipava, as que os alunos iriam utilizar.

Sabia que se não antecipasse algumas estratégias que viriam a ser usadas pelos alunos, a sua inclusão na discussão coletiva iria ser uma escolha realizada durante o momento de monitorização, podendo constituir uma dificuldade acrescida. Efetivamente, esta situação veio a concretizar-se como se pode verificar num dos desafios que senti e que descrevo no ponto 5.1.4.

Para cada uma das tarefas, tinha a preocupação de, em primeiro lugar, resolvê-las e procurar diferentes estratégias que considerava que os alunos fossem utilizar. Posteriormente, ordenava as estratégias por ordem de complexificação.

Por exemplo, para a Tarefa 3 “O Lanche da Maria” antecipei quatro estratégias diferentes, sendo que para a divisão do pão apenas considerei uma hipótese válida (figura 9). Ordenei as estratégias da mais elementar, como por exemplo a primeira que utiliza uma configuração pictórica, para a mais complexa, que utiliza operações para resolver a tarefa. No que diz respeito à divisão do pão, antecipei uma única estratégia de resolução.

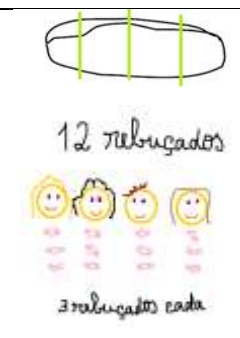

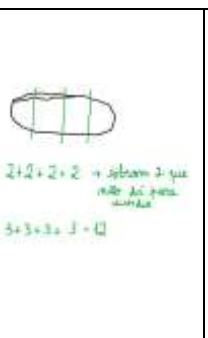
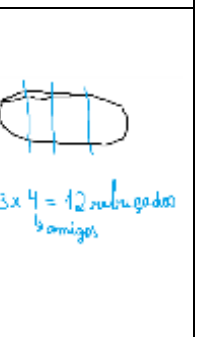
Estratégias de resolução que antecipei				
Questão (questão única)				
Ordem (ordem crescente de complexificação)	1	2	3	4

Figura 9: Excerto da planificação da aula para a Tarefa 3 – Antecipação das resoluções dos alunos

Para a Tarefa 4 “Corrida Solidária” antecipei três estratégias de resolução diferentes, baseando-me na ideia de que os alunos iriam resolver a tarefa utilizando uma reta para representar o percurso (figura 10). Assim, antecipei que os alunos utilizassem estratégias de resolução, que englobassem a construção de retas. A primeira estratégia que antecipei foi a realização da reta para apenas a sinalização ou apenas para os postos de bebidas; para a segunda estratégia antecipei que, à semelhança da anterior, construíssem uma reta para a sinalização e postos de bebidas em separado. Por fim,

para a última estratégia de resolução antecipada, previ que existisse a junção das retas referidas nas estratégias anteriores numa única reta, dividida, primeiramente em oito partes e, posteriormente em quatro.




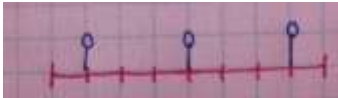


Estratégias de resolução que antecipei			
Questão (questão única)	Resposta apenas para a sinalização ou só para os postos de bebidas  ou 	- Reta para as placas de sinalização - Reta para os postos de bebidas - Reta que junta as anteriores   	Reta final (sinalização+bebidas) 
Ordenação (ordem crescente de complexificação)	1	2	3

Figura 10: Excerto da planificação da aula para a Tarefa 4 – Antecipação das resoluções dos alunos

Antecipar dificuldades dos alunos e modos de lidar com elas

Relacionado com o desafio de antecipar as estratégias, deparei-me também com o desafio em pensar nas dificuldades com que os alunos pudessem vir a deparar-se na resolução das diferentes tarefas propostas.

Neste momento de preparação das tarefas, tinha também consciência que, caso não conseguisse antecipar as dificuldades dos alunos e pensar antecipadamente em

formas de ajudar os alunos a ultrapassá-las, poderia vir a deparar-me com dificuldades em lidar com elas em contexto de sala de aula, tal como veio a acontecer e que se poderá verificar no ponto 5.1.4.

A elaboração de uma antecipação das dificuldades e os possíveis modos de lidar com elas advém da anterior previsão das estratégias que os alunos iram utilizar, bem como do conhecimento geral sobre a turma e as dificuldades que usualmente revelam.

Assim, para antecipar as dificuldades, elaborei quadros onde elencava as dificuldades que previa que os alunos tivessem na resolução das tarefas e os modos de lidar com elas através de questões, que pensava poderem vir a ser úteis para lidar com essas dificuldades e/ou para desbloquear raciocínios. Exemplo disso, é a figura 11 que faz parte da planificação da Tarefa 4 “Corrida Solidária”.

Questões que antecipei	
Alguns alunos poderão fazer a representação na reta com diferentes comprimentos.	<p>A sinalização e os postos de bebidas são todos no mesmo percurso?</p> <p>Como será que podemos juntar as duas retas numa só?</p> <p>Se as duas retas representam o mesmo percurso, terão que ter o mesmo comprimento na reta?</p>
Alguns alunos poderão ter dúvidas quanto à representação do percurso.	<p>Que formas conheces para representar uma fração?</p> <p>Como podemos representar um percurso em que sabes que, por exemplo a $\frac{1}{4}$ tem de ter um posto de bebidas?</p>

Figura 11: Excerto da planificação da aula da Tarefa 4 – Antecipação das dificuldades dos alunos e questões a colocar

Perante as dificuldades antecipadas construí um conjunto de questões que tinham diferentes intencionalidades. Como forma de levar os alunos a pensar sobre a situação e a compreender que no mesmo percurso existia a sinalização e os postos de bebidas, construí duas questões que desafiassem os alunos a pensarem que, tratando-se do mesmo percurso, a reta teria de ter o mesmo comprimento.

Para colmatar a possível dificuldade em compreender como se pode representar a situação que a tarefa, pensei antecipadamente em questões que tinham como finalidade que os alunos pensassem de que formas podiam representar frações e qual seria mais adequada a cada uma das situações do contexto da tarefa.

5.1.3. A apresentação das tarefas

Repensar o momento de apresentação das tarefas: a preocupação com a compreensão e contextualização das tarefas

Ao longo da intervenção no estágio fui-me apercebendo da importância que a apresentação das tarefas e dos seus contextos assumem numa maior ou menor dificuldade dos alunos na sua resolução. Por mais que eu achasse que os contextos eram fáceis de entender ou que eram contextos próximos das crianças, e que por isso dispensavam de explicitações, durante os momentos de apoio aos alunos e perante algumas dificuldades que evidenciavam, comecei a pensar sobre a forma como apresentava as tarefas e a refletir sobre a importância da contextualização das tarefas durante a sua apresentação. Efetivamente, inicialmente, a forma como apresentava as tarefas não constituiu uma preocupação. Apresentava as tarefas como um desafio a resolver pelos pares de alunos e preocupava-me em explicitar a forma onde ou como deveriam registar as respostas, como se pode verificar pelo episódio 1.

Episódio 1

1. **Eu:** Vou-vos lançar um desafio sobre aquilo que vocês já vão ver.
2. (...)
3. **Eu:** Vou-vos distribuir a tarefa, vocês leem e se houver alguma dúvida vocês digam, está bem? Colocam o dedo no ar e dizem.
[Os alunos dizem que sim acenando com a cabeça, e de seguida eu distribuo os enunciados]

(MA-T1)

Contudo, durante este momento de monitorização, quando os alunos me chamavam para os apoiar, sentia a necessidade de perceber se tinham entendido o contexto e o que lhes era pedido na tarefa para saber se a dúvida que tinham, resultava da não compreensão do próprio contexto. O episódio 2 ilustra um exemplo de como

acedia ao entendimento que os alunos tinham sobre o contexto subjacente à tarefa, partindo das suas dúvidas.

Episódio 2

(...)

1. **Eu:** Então e o que é que perceberam?
2. **Margarida:** Foram fazer uma corrida e eles tinham algumas placas.
3. **Eu:** E essas placas serviam para quê?
4. **Margarida:** Para saber onde já vão.
5. **Eu:** Sim, e para saber quanto falta para acabarem o percurso. E o posto de bebidas? Sabem que é para se hidratarem, não é?
6. **Margarida:** Sim, para beberem água.

(MM-T4)

Este excerto evidencia esta minha preocupação em perceber se os alunos entenderam o contexto da tarefa, pois sabia que isso iria influenciar a sua compreensão, e consequente resolução. Assim, através de questões como em §1, §3 e §5 pretendo que os alunos resumam o que entenderam com a leitura da tarefa, verificando a compreensão do contexto subjacente.

Perante esta dúvida e preocupação, fui refletindo e passei a dar uma maior importância ao momento de apresentação das tarefas como um momento fulcral para a pré-disposição e compreensão das tarefas pelos alunos.

Assim, para a apresentação da Tarefa 5 “O herbário do Ulisses” pensei que, mais do que qualquer outra das tarefas que propus, seria importante que os alunos soubessem o que era um herbário, pois a situação associada ao problema poderia não ser familiar aos alunos como foram as das restantes tarefas. Portanto, para esta tarefa decidi preparar um suporte em *PowerPoint*, como forma de orientar uma pequena conversa, de modo a contextualizar o problema da tarefa. O episódio seguinte ilustra a conversa de contextualização da tarefa.

Episódio 3

[projeto um PowerPoint onde o primeiro slide pergunta o que é um herbário]

1. **Carolina:** Nós fizemos.
2. **Eu:** Fizeram? Ainda bem!

3. **Carolina:** Só que não foi aqui, foi no ATL.
4. **Eu [para toda a turma]:** Então digam-me lá. Eu gostava de saber se vocês sabem ou conhecem o que é um herbário. *[Maior parte dos alunos mostra-se surpreso com tal palavra]* A Carolina... vou dar a palavra à Carolina que já colocou o dedo no ar.
5. **Carolina:** É tipo uma coleção de vários tipos de folhas.
6. **Eu:** Uma coleção de vários tipos de folhas. *[Tiago coloca o dedo no ar]* Tiago!
7. **Tiago:** É um livro onde podemos pôr folha e flores.
8. *[Inês coloca o dedo no ar]*
9. **Eu:** Inês.
10. **Inês:** É tipo uma folha... depois fechamos num livro com muitas coisas por cima, e a seguir...ah
11. **Eu:** O que acontece à folha?
12. **Inês:** Fica esmagada, e depois pomos no livro e temos que escrever o nome.
13. **Eu:** Exatamente! Pronto isto porquê? Porque eu gostava que vocês soubessem o que é um herbário. Quem não sabia, percebeu o que era um herbário?
14. **Alunos:** Sim.
15. **Eu [para toda a turma]:** Eu vou-vos ler uma coisa muito rápida que preparei: “é uma coleção de plantas secas prensadas, onde se adiciona informação sobre cada uma das espécies de plantas”. Prensadas é aquilo que a Inês falou de serem esmagadas, ou seja, são apertadas para torná-las mais fininhas. Nesse livro ficam, então, uma coleção de plantas.

(MA-T5)

A conversa ilustrada no episódio revelou-se crucial, pois a maioria dos alunos da turma não tinha ideia do que era um herbário, à exceção, como se pode verificar a partir do episódio, dos alunos que frequentam o ATL na escola. Ora, esta contextualização foi muito importante, pois ao contrário do contexto das outras tarefas, que eram bastante mais familiares para os alunos, “herbário” era uma palavra que muitos alunos ainda não tinham ouvido falar. Para além disso, ainda li o enunciado em voz alta e questionei se existiam algumas dúvidas acerca da tarefa apresentada.

A partir do momento em que os alunos compreenderam o contexto, estes entenderam as questões da tarefa, não tendo evidenciado muitas dificuldades na sua resolução, o que foi notório no momento de monitorização do trabalho dos alunos.

5.1.4. A monitorização do trabalho dos alunos

Lidar com adaptações desadequadas das tarefas ou com tarefas que deveriam ter sido adaptadas

Reconheço que senti algumas dúvidas e dificuldades em lidar com algumas adaptações que realizei das tarefas. A Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel” representa um exemplo disso, pois na última questão adicionei uma folha quadriculada cujo objetivo era facilitar o trabalho dos alunos. Na adaptação que fiz à tarefa, em vez de desenharem a resposta tal como se solicita na tarefa original, pedi-lhes que pintassem na folha quadriculada que construí, como se pode verificar no Anexo B e nas figuras 6 e 8, pensando que ia auxiliar o trabalho dos alunos.

Durante a realização da tarefa, apercebo-me que esta adaptação, em vez de ajudar, baralhou os alunos, tendo sido constantemente solicitada para esclarecer o que era para fazer. O episódio 4 ilustra um exemplo de uma conversa que tive com um par de alunos ao tentar esclarecer as dúvidas sobre esta questão.

Episódio 4

1. **Tiago:** Esta folha é para dobrar? *[referindo-se à folha da figura 6].*
2. **Eu:** O que diz a questão?
3. **Tiago:** *[lê o enunciado]:* “A figura seguinte representa uma de oito partes iguais”, ah... “de uma folha”. Igual a esta *[referindo-se à folha da figura 6].*
4. **Eu:** Não, agora esquece esta *[referindo-me à folha da figura 6].*
5. **Tiago:** Um, dois, três quatro, cinco, seis *[conta as quadrículas de um dos lados da folha da figura 6].*
6. **Eu:** *[Li o enunciado]* “Pinta a folha inicial no papel quadriculado”. Agora só têm de pintar.
7. **Diana:** A folha inicial foi esta *[referindo-se à folha da figura 6].*
8. **Eu:** Não, isto *[aponto para a imagem da questão 4 (figura 8)]* é uma parte da folha. Agora, como será a folha inicial antes de ser dobrada?
9. **Diana:** Não percebi.
10. **Tiago:** Mas isto é para fazer o quê? *[referindo-se à folha da figura 6].*
11. **Eu:** Cada quadricula destas *[referindo-me às quadrículas da folha da figura 6]* é uma parte da folha *[referindo-me à imagem da questão 4 (figura 8)]*. Isto *[referindo-me à imagem da questão 4 – figura 8]* representa apenas uma parte de oito partes iguais de uma folha.

12.**Diana:** Sim.

13.(...)

14.**Eu:** Então, quantas partes tem a folha? No total?

15.**Diana:** Oito.

16.**Eu:** Agora só têm de pintar a folha inicial aqui [*referindo-me à folha da figura 6*].

(MM-T2)

A análise deste episódio evidencia a confusão que os alunos fizeram com a imagem da questão 4 da Tarefa 2 e a folha quadriculada de registo que construí. Contrariamente ao que pensava, todos os alunos fizeram a mesma confusão, tendo mesmo de me dirigir à turma para esclarecer que a folha quadriculada servia apenas para pintarem, registando a sua resposta.

Contrariamente ao que aconteceu com a Tarefa 2, na realização da Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”, ainda durante a sua monitorização, apercebi-me que teria sido importante adaptar o enunciado, nomeadamente catalogar cada azulejo com uma letra. Fui-me apercebendo que houve algumas dificuldades de comunicação para entender a qual dos azulejos nos referíamos, uma vez que estes não estavam devidamente identificados, como se pode verificar no Anexo A. Como tal, durante a realização da tarefa houve a necessidade de identificar os azulejos para depois também facilitar a apresentação das resoluções no momento de discussão coletiva. Considero que adaptação que fiz a esta tarefa se mostrou adequada, tendo sido atingidos os objetivos para os quais a realizei.

Simplificar as tarefas tendo em conta o meu conhecimento associado ao ensino das frações

Trabalhar em torno de tarefas cujo tópico principal são as frações deixaram-me um pouco insegura na medida em que tinha a consciência que este tópico exigia de mim alguma experiência, flexibilidade e um à vontade para lidar com eventuais dificuldades dos alunos que considerava não possuir. Por este motivo, durante a monitorização da Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”, tomei a decisão de simplificar a tarefa que acabou por diminuir as possibilidades de resposta. Esta tarefa iniciou-se com a dobragem de folhas de papel em quatro e oito partes iguais, para posteriormente, os alunos utilizarem

como recurso visual para compararem frações nas questões seguintes da tarefa. Como tal, para dividir as folhas em 4 e 8 parte iguais podemos considerar dois tipos de configuração para cada uma delas, como são apresentados nas figuras 12, 13, 14 e 15.

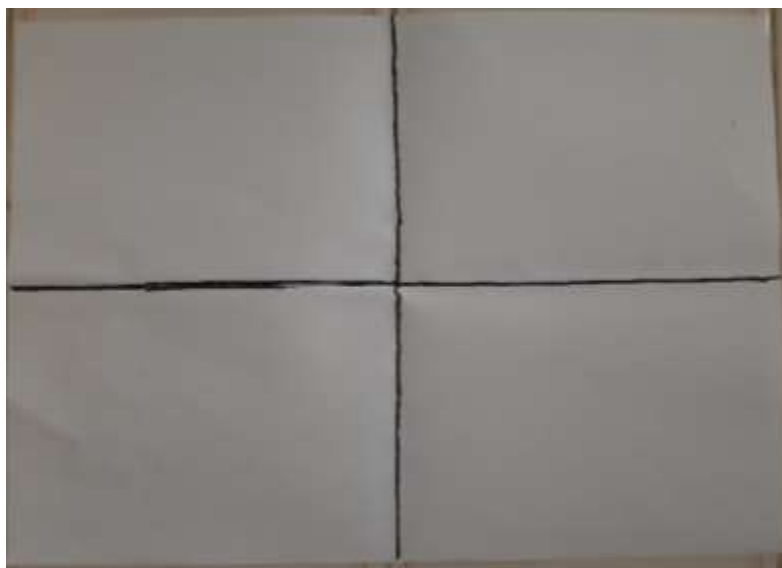


Figura 12: Produções dos alunos – Configuração possível para dividir a folha em 4 partes iguais (exemplo 1)



Figura 13: Produções dos alunos – Configuração possível para dividir a folha em 4 partes iguais (exemplo 2)

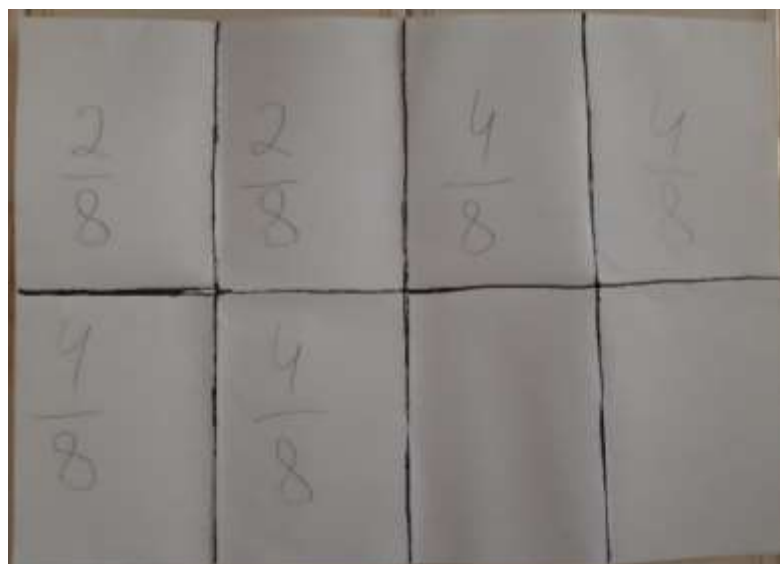


Figura 14: Produções dos alunos: Configuração possível para dividir a folha em 8 partes iguais (exemplo 1)



Figura 15: Produções dos alunos: Configuração possível para dividir a folha em 8 partes iguais (exemplo 2)

Como não queria que houvesse confusões na comparação das frações, pois também sabia que essa era uma dificuldade da turma, decidi que só iria aceitar o tipo de resolução na dobragem das folhas representado pelas figuras 13 e 15. Esta decisão também surgiu da minha insegurança em ter de lidar com dois tipos de representações diferentes durante a monitorização e discussão coletiva, pois tinha receio de não ter a agilidade suficiente para pensar nas duas representações simultaneamente.

Contudo, alguns pares optaram por dobrar a folha da maneira ilustrada nas figuras 12 e 14. O episódio seguinte mostra uma conversa que tive com um par que decidiu dobrar a folha desta maneira.

Episódio 5

1. **Eu:** Estão em qual? A dividir em quatro?
2. **João:** Não, estamos a dividir em oito.
3. **Eu:** Mas eu só estou a ver 1, 2, 3, 4 [*conto o número de partes em que está dividida a folha*]
4. **João:** 5, 6, 7, 8 [*corrigindo-me*].
5. **Eu:** [*Leio parte da questão*] “Do mesmo modo”, diz a questão.
6. **Martim:** Não, ele pinta quatro e eu pinto dois.
7. **Eu:** Como é que vocês dobraram as folhas?
8. **João:** Assim, assim, e depois assim [*demonstrando a dobragem como ilustra a figura 14*].
9. **Eu:** A última dobragem tinha de ser para o outro lado. Como fizeram, também dividiram em oito partes, mas eu agora prefiro que façam da outra forma.

(MM-T2)

Como se verifica pelo episódio apresentado, quando os alunos me mostravam a forma que não desejava que fizessem, tentava frisar que aquela maneira também era correta (§9), no entanto queria que fizessem uma dobragem semelhante à anterior, isto é, dobragens tal como se ilustram nas figuras 13 e 15.

Posteriormente queria mostrar, no momento de discussão coletiva, que existiam outras formas viáveis de dobrar as folhas, tal como alguns pares o fizeram, no entanto, o mesmo acabou por não acontecer por falta de tempo e por esquecimento meu.

Lidar com estratégias diferentes das que foram antecipadas

No momento de monitorização do trabalho dos alunos surgem as estratégias de resolução, e como tal, é este o momento em que o professor lida com elas, quer as tenha antecipado ou não. Lidar com estratégias diferentes das que tinha antecipado revelou-se um desafio, sobretudo pelo facto de ser neste momento que incide a minha decisão de incluir ou não estas “novas” estratégias no momento de discussão coletiva.

Ao lidar com estratégias de resolução que não antecipei fez-me refletir que a cada tarefa que preparo existem sempre estratégias que não pensei que fossem usadas pelos alunos. As figuras 16, 17 e 18 são exemplos de estratégias utilizadas pelos alunos na resolução da Tarefa 4 “Corrida Solidária” e que não foram por mim antecipadas.

As figuras 16 e 18 ilustram estratégias utilizadas pelos alunos que se aproximam mais da antecipação que fiz (ilustrada na figura 10). Considero que esta foi a tarefa para a qual obtive respostas mais distantes daquelas que antecipei, nomeadamente a estratégia que recorre ao modelo circular (apresentado na figura 17). Também a estratégia ilustrada na figura 19 não foi antecipada. Esta corresponde a uma produção de um par de alunos que não consegui entender, nem aceder ao seu significado, situação essa que origina um novo desafio – “Aceder ao significado das produções realizadas pelos alunos” explicitado no ponto seguinte.

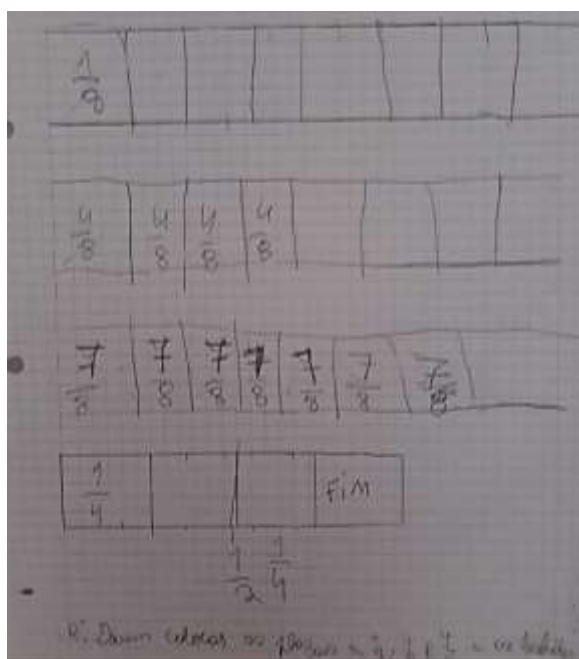


Figura 16: Produções dos alunos – Estratégias que não antecipei para a resolução da Tarefa 4 (exemplo 1)

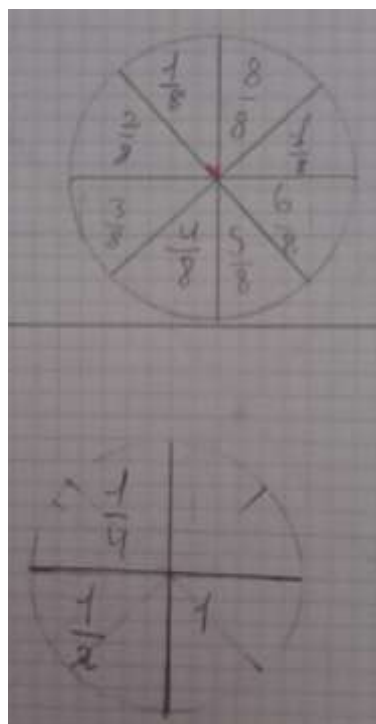


Figura 17: Produções dos alunos – Estratégias para representar um percurso

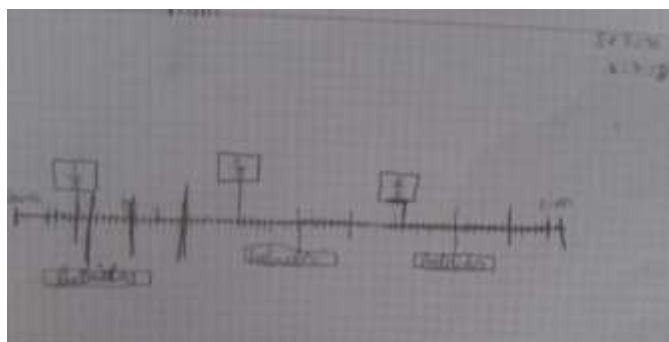


Figura 18: Produções dos alunos – Estratégias para representar um percurso

No momento de monitorização em que me deparei com estas resoluções, selecionei aquelas que foram mais frequentes, de forma também a poder esclarecer eventuais dúvidas, ou que pretendia explicar e criar pontos de conexão entre elas, como foi o caso do tipo de resoluções apresentadas nas figuras 16 e 18.

Aceder ao significado das produções realizadas pelos alunos

Tal como referi anteriormente, no momento de monitorização do trabalho dos alunos é provável que o professor se depare com estratégias de resolução diferentes daquelas que antecipou previamente. Na realidade, aconteceu-me o mesmo enquanto monitorizava o trabalho dos alunos. Para além disso, também foi neste momento que encontrei estratégias de resolução que não consegui entender, mesmo depois do par de alunos me ter explicado o seu pensamento e a sua estratégia, como foi o caso da estratégia ilustrada na figura 19.

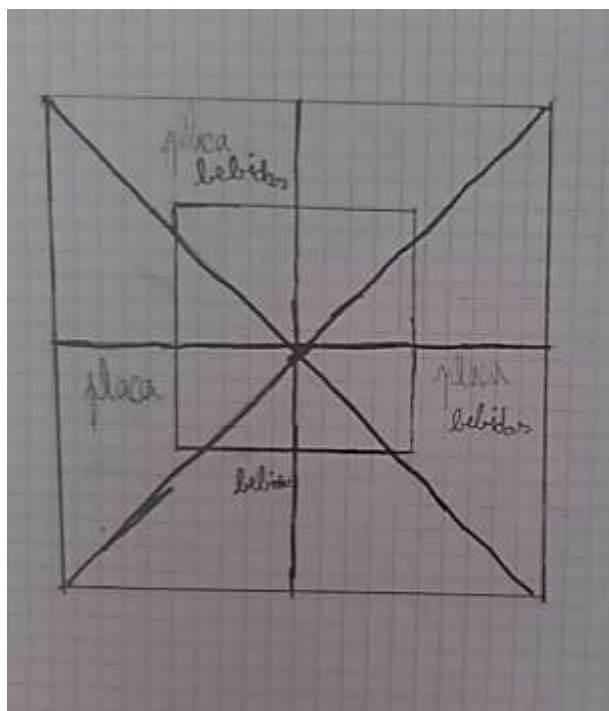


Figura 19: Produções dos alunos – Estratégias que não antecipei para a resolução da Tarefa 4 e não consegui entender

De todo, alguma vez pensaria que algum aluno ponderasse numa estratégia semelhante à resolução apresentada na figura 19 e, por isso, quando me apercebi desta estratégia fiquei curiosa para ouvir a explicação dos alunos que a realizaram. Contudo, não consegui compreender esta explicação, como ilustra o seguinte episódio.

Episódio 6

1. **Eu:** Humm... *[ao deparar-me com uma estratégia que não antecipei]*. Ok, então explique-me a vossa estratégia.
2. **Diana:** Nós... 10, 10, 10, 10 *[apontando para os lados do quadrado maior representado na figura 19]*.
3. **Eu:** 10? Onde?
4. **Diana:** Aqui... 10 cm, 10 com, 10 cm, 10 cm *[apontando para os lados do quadrado maior representado na figura 19]*.
5. **Laura:** Fizemos 40.
6. **Eu:** 40 o quê?
7. **Laura:** Centímetros. Quilómetros *[corrigindo-se a si própria]*.
8. **Eu:** O que vocês fizeram está dividido em quantas partes? Em qual é que eu vejo? No pequenino ou no grande?
9. **Diana:** No pequenino. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 *[apontando para a divisão em triângulos do quadrado maior]*.
10. **Eu:** Onde estão as placas de sinalização?
11. **Laura:** Aqui *[apontando para onde diz “placa”]*.
12. **Eu:** Este bocadinho representa o quê? *[aponto para um dos triângulos que dividem o quadrado maior]*.
13. **Laura:** Um oitavo.
14. **Eu:** E este bocado? *[aponto para outro dos triângulos que dividem o quadrado maior]*.
15. **Diana:** Um oitavo.
16. **Eu:** Então, eu vou ter uma placa em $\frac{1}{8}$ e uma placa em $\frac{1}{8}$, é isso?
17. **Laura:** Não, isso não é $\frac{1}{8}$. São $\frac{7}{8}$, porque 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 *[conta o número de triângulos que dividem o quadrado maior]*.
18. **Eu:** Então, mas este bocado representa o quê? *[referindo-me a um triângulo que a aluna dizia representar três oitavos]*.
19. **Diana e Laura:** Um oitavo.
20. **Eu:** Humm... então e as bebidas?
21. **Diana:** Aqui: bebidas, bebidas, bebidas *[apontando para onde diz “bebidas”]*.
22. **Eu:** As bebidas estão a $\frac{1}{4}$, outro a meio, e outro a $\frac{1}{4}$ do fim *[referindo-me ao enunciado da questão]*. Expliquem-me onde é que colocaram as bebidas?
23. **Diana:** Então, este é $\frac{1}{2}$ e este é o fim *[explicando onde estariam as bebidas na folha de resolução]*.
24. **Eu:** Então como é que eu consigo ver onde estão as bebidas?
25. **Diana:** Ali: bebidas, bebidas, bebidas *[apontando para onde diz “bebidas”]*.

26. **Eu:** Como é que vocês justificam que está a meio?

27. **Diana:** Porque nós fizemos assim.

(MM-T4)

Através de várias questões que são apresentadas no episódio tentei entender o raciocínio subjacente à estratégia utilizada pelas alunas, nomeadamente em §1 tive a intenção das alunas me explicarem a sua estratégia. Em §8, ainda tentando entender a explicação das alunas, questionei em qual dos quadrados deveria focar a minha atenção, de forma a compreender e comparar a explicação dada pelas alunas com o registo da estratégia utilizada. Com as questões §10, §12, §14 e §16 tentei provocar a reflexão sobre alguns aspetos que queria que as alunas pensassem e incitar à reflexão sobre validade da estratégia utilizada.

Depois da explicação evidenciada no episódio 6 senti-me insegura e, como resultado, também não consegui ajudar os alunos a entenderem o porquê da sua estratégia de resolução estar incorreta. Devido a esta situação não pude selecionar esta estratégia para ser apresentada durante o momento de discussão coletiva, pois também não sabia que pontos de ligação poderiam ser abordados.

Lidar com as dificuldades dos alunos não antecipadas: Que questões colocar?

Antecipar dificuldades dos alunos e modos como lidar com elas também fez parte do processo de preparação das discussões coletivas, mas nem sempre foi possível prever todas as dificuldades que os alunos evidenciaram quando confrontados com a tarefa, constituindo-se um desafio a enfrentar.

Na realização da Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel” tinha previsto um conjunto de dificuldades relacionadas com as questões que faziam parte desta, bem como algumas questões a colocar para lidar com essas dificuldades que antecipei. Todavia não previ que os alunos apresentassem dificuldades logo na primeira questão relativamente ao modo como deveriam dobrar as folhas de papel em quatro e oito partes iguais, resultando num trabalho bastante difícil de gerir durante a monitorização do trabalho dos alunos, pois foi necessário auxiliar cada par para elucidar de que forma poderiam dobrar as folhas em partes iguais. Como não tinha antecipado tal dificuldade,

tive de pensar em questões que pudessem ajudar os alunos. O episódio abaixo ilustra um dos momentos em que me dirigi a um dos pares que manifestavam dúvidas no processo de dobragem.

Episódio 7

1. **Eu:** *[para a turma]* Têm dúvidas para dobrar a folha?
2. **Alunos:** Sim... Não...
3. **Martim:** Podemos recortar?
4. **Eu:** Não. Eu não quero folhas recortadas. Eu quero folhas dobradas.
5. **Inês:** Oohh... dobradas?
6. **Martim:** Ohh... podias ter dito!
7. (...)
8. **Eu:** Dobras ao meio, ficas com quantas partes?
9. **Martim:** Duas.
10. **Eu:** E agora, para fazer quatro partes?
11. **Martim:** Dobras ao meio... o Martim é o maior! *[risos]*
12. **Eu:** E se quisessem oito partes?
13. **Martim:** Fazias mais uma.
14. (...)
15. **Eu:** Se dobrares a folha ao meio com quantas partes ficas?
16. **Rodrigo:** Duas.
17. **Eu:** Então vá.
18. **Eu:** Se dobrares outra vez ao meio? Ficas com quantas?
19. **Rodrigo:** Então... duas...quatro.
20. **Eu:** Disseste que tinhas quatro. E agora?
21. **Rodrigo:** Nove?!
22. **Eu:** Primeiro fizeste ao meio e deu duas partes, depois fizemos ao meio e deram quatro e essas quatro dobram-se em mais quantas partes?
23. **Rodrigo:** Quatro.
24. **Eu:** Então, dá quantas partes?
25. **Rodrigo:** Oito.

(MM-T2)

A partir do momento que me apercebi desta dificuldade, improvisei algumas questões que não tinha antecipado previamente, como exemplifico no episódio apresentado acima. Todas as questões que construí (§8, §12, §15, §18, §20 e §22) pretendiam incitar à relação entre as dobragens das folhas e as partes que resultam dessas dobragens, fazendo os alunos refletir que a cada dobragem efetuada resultava no dobro das partes obtidas na folha.

De facto, não esperava que os alunos apresentassem tantas dificuldades nesta fase de realização da tarefa. A maioria deles pediu o meu auxílio, dificultando em parte, o momento de monitorização, pois o meu apoio foi muito solicitado.

Neste âmbito, para além do referido, também receei não ser capaz de entender as dúvidas e dificuldades dos alunos, pois uma vez que apesar de ter antecipado dificuldades e questões para estar preparada para lidar com essas dificuldades, o tópico dos números racionais deixa-me mais insegura do que outros tópicos.

Antecipar possíveis questões a colocar aos alunos também faz parte da preparação da aula. A antecipação das dificuldades que se esperam que surjam levam à necessidade de antecipar questões para colocar durante a realização da tarefa para fazer frente a dúvidas, dificuldades e/ou desbloquear raciocínios. Durante a realização da Tarefa 4 “Corrida Solidária” antecipei menos questões (figura 10) do que aquelas que, realmente, acabei por fazer, pois não antevi que existissem tantas dificuldades em representar o percurso que a questão solicitava.

No entanto, no decorrer da monitorização, apercebi-me que alguns dos alunos não tinham qualquer ideia de como podiam representar um percurso na folha de papel. Posto isto, dirigi-me a cada um dos pares que apresentavam dúvidas e fui fazendo um conjunto de questões que levassem os alunos a pensarem em formas de representar o percurso. O episódio apresentado abaixo ilustra uma dessas conversas.

Episódio 8

1. **Margarida:** Temos dúvidas [*apontando para o enunciado*].
2. **Eu:** O quê? A questão toda?
3. **Margarida:** [*abana a cabeça para dizer que sim*].
4. **Eu:** Então e o que é que perceberam?

5. **Margarida:** Foram fazer uma corrida e eles tinham algumas placas.
6. **Eu:** E essas placas serviam para quê?
7. **Margarida:** Para saber onde já vão.
8. **Eu:** Sim, e para saber quanto falta para acabarem o percurso. E o posto de bebidas? Sabem que é para se hidratarem, não é?
9. **Margarida:** Sim, para beberem água.
10. **Eu:** Então, eles sabem que uma placa tem de estar a $\frac{1}{8}$ do percurso. Como será que podemos representar o percurso?
11. **Margarida:** [silêncio].
12. **Eu:** Um percurso é um caminho, tem um início e um fim. Se a placa tem de estar a $\frac{1}{8}$ do percurso, eu quando passar por ela já percorri uma parte de...?
13. **Margarida:** Oito.
14. **Eu:** Então, como podem representar o percurso?
15. **Margarida:** Com uma reta.
16. **Eu:** Vai dividir-se em quantas partes?
17. **Rafaela:** Em oito partes iguais.

(MM-T1)

Perante as dificuldades apresentadas pelos alunos pretendo sondar aquilo que não entenderam e colocar questões especificamente desenhadas para levar os alunos a pensarem sobre as suas dúvidas, como forma a desbloquear raciocínios. O episódio ilustra o que foi acontecendo um pouco por todos os pares de trabalho na realização desta tarefa. Primeiro, perante a dificuldade em referir a sua dúvida, tentei, questionando os alunos, entender o que os tinham percebido da tarefa e aceder às suas dúvidas e dificuldades. Como tal, a partir daqui fiz perguntas estrategicamente para levar o aluno a pensar de que formas pode representar, neste caso, um percurso (em §10, §12 e §14). Verifica-se também a existência de questões com o objetivo de levar os alunos a explicitar a sua compreensão sobre o contexto da tarefa (§4, §6 e §8).

Como se pode verificar, quando me deparei com novas dificuldades que não antecipei, procurei fazer algumas questões que pensava serem corretas com a finalidade de levar os alunos a entenderem e pensarem sobre as suas dúvidas/dificuldades. No entanto, conforme ia monitorizando o trabalho dos pares e passava de uns para os outros, refletia sobre as questões que fiz e o que obtive com essas questões, como forma de melhorá-las para o próximo par que precisasse do meu auxílio.

Colocar questões aos alunos por forma a não alterar o nível cognitivo das tarefas

Colocar questões de forma a lidar com as dificuldades dos alunos e, em simultâneo, preocupar-me com a forma como questiono com vista a não alterar o nível cognitivo das tarefas foi algo que considero ter sido um grande desafio.

Antecipar questões a colocar mediante as dificuldades que se antecipam é algo que facilitou o meu trabalho de monitorização das tarefas. Difícil é quando me deparo com diversas outras estratégias de resolução que não antecipei e, em pouco tempo, é necessário construir um conjunto de questões a colocar sem alterar o nível cognitivo das tarefas, de modo a não influenciar a resolução da tarefa, nem encaminhar para certos caminhos de resolução.

Por vezes, durante a conversa que tinha com os alunos oferecia a resposta sem querer ou apercebia-me disso depois. Todavia, mesmo durante a monitorização do trabalho dos alunos, tentava refletir sobre as questões que tinha acabado de colocar e pensava se tinham sido as melhores, se tinham alterado o nível cognitivo da questão, ou se, de facto, tinham auxiliado os alunos a esclarecer as suas dúvidas. O episódio seguinte ilustra uma conversa que tive com um par de alunos durante a realização da Tarefa 2.

Episódio 9

1. **Eu:** E se dobrar ao meio?
 2. **Margarida:** Duas.
 3. **Eu:** Se dobrar em quatro? Ao meio?
 4. **Margarida:** Quatro. Ahhhh já percebi! Ya já entendi!
 5. **Eu:** Então, como dobras a seguir?
- (...)

(MM-T2)

Este pequeno episódio mostra como durante a conversa, sem querer, talvez devido ao número de situações que se passam à minha volta no momento de monitorização, a meio de uma questão, no §3, digo a resposta, sendo que a palavra “quatro” é a resposta que quero ouvir.

Também quando no episódio 7 no §12 questiono o aluno “Um percurso é um caminho, tem um início e um fim. Se a placa tem de estar a $\frac{1}{8}$ do percurso, eu quando

passar por ela já percorri uma parte de...?” parece que estou a fazer com que o aluno responda àquilo que pretendo ouvir como resposta. Na minha opinião, isto aconteceu com maior frequência quando sentia mais agitação em sala de aula. Por sua vez, esta era consequência das dúvidas e dificuldades dos alunos, pois estes solicitavam muito mais o meu apoio. Esta situação deixava-me com o sentimento de frustração, resultado do receio de os alunos não entenderem a questão e levando-me, por vezes, a alterar, quase que inconscientemente, o nível cognitivo das tarefas através das questões que colocava ou dos comentários que fazia.

Este aspeto foi algo com que me preocupei bastante durante as semanas de intervenção, pois o meu objetivo era manter o nível cognitivo da tarefa, porque só assim as tarefas completariam o seu propósito e teria como resultado as aprendizagens visadas acerca dos números racionais.

Tal como refiro anteriormente, apesar de ter colocado questões que não se mostraram as mais adequadas, muitos foram os momentos em que considero ter colocado questões que apoiaram o desenvolvimento do trabalho dos alunos sem alterar o nível cognitivo das tarefas. Nomeadamente, considero ter colocado frequentemente questões que tinham como objetivo clarificar o pensamento dos alunos, como são exemplos, no episódio 6, o §6, o §14 e §16, bem como para encorajar os alunos à reflexão e/ou justificação de ideias, como por exemplo, no episódio 6, no §26 e, no episódio 7, o §8, o §12 e o §15.

Sequenciar as ‘novas’ estratégias utilizadas pelos alunos

Na preparação das tarefas para a realização em sala de aula, um dos meus principais desafios passava por antecipar as resoluções que esperava que os alunos fizessem, assim como as dúvidas e/ou dificuldades que os alunos poderiam encontrar no desenvolvimento da tarefa e a forma como poderia lidar com elas. No entanto, com frequência, deparei-me com resoluções que não antecipei.

Por exemplo, no que se refere à Tarefa 3 “O Lanche da Maria”, antecipei que os alunos utilizassem quatro estratégias diferentes, mas em que a estratégia que utilizariam para a divisão do pão seria igual. No entanto, os alunos utilizaram outras

estratégias para dividi-lo. Na figura 9 encontra-se um excerto da planificação da tarefa, onde constam as estratégias de resolução que antecipei, e a figura 20 ilustra algumas das resoluções diferentes com que me deparei durante a resolução da tarefa em sala de aula.

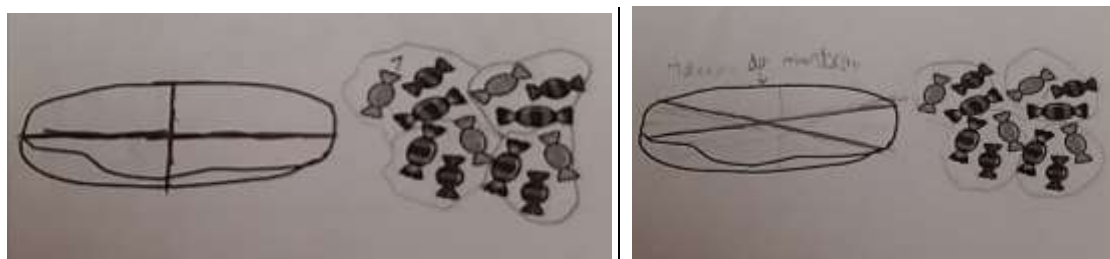


Figura 20: Produções dos alunos – Estratégias para dividir um pão em quatro partes iguais

Por não esperar por resoluções como ilustra a figura 20, a sequenciação das estratégias durante a monitorização foi dificultada e tive de repensar a organização de uma nova sequência de resoluções que gostaria que fossem apresentadas no momento de discussão coletiva. Assim, deparada com estas resoluções, diferentes daquelas que antecipei, achei pertinente selecioná-las para serem apresentadas à turma no momento da discussão. É de salientar que estas novas formas de divisão do pão deram origem a uma discussão de ideias entre os alunos, que debateram se as três formas de dividir o pão seriam válidas, visto que o objetivo era dividir um pão por quatro amigos e, por isso, seria justo que cada amigo comesse partes iguais do pão, como se pode verificar pelo episódio 10.

Episódio 10

1. **Eu:** Já entendeste Joana ou continuas sem perceber?
2. **Inês:** Se quiseres eu explico melhor.
3. **Joana:** Eu discordo.
4. **Eu:** No que discordas?
5. **Joana:** Eu só discordo da sandes, porque está em X.
6. **Carlota:** As partes não ficam iguais.
7. **Joana:** As partes não ficam bem iguais.
8. **Eu:** Será que não ficam?

9. **Inês:** Posso dizer? Nós primeiro pensámos fazer assim [*como ilustra a imagem do lado direito da figura 20*], mas o Martim disse para fazermos diferente que o Tiago e a Diana já fizeram assim [*como ilustra a imagem do lado esquerdo da figura 20*] e, ele disse que podíamos fazer assim [*como ilustra a imagem do lado direito da figura 20*].
10. **Joana:** Não fica bem igual.
11. **Miguel:** Fica, fica! Se assim [*como ilustra a imagem do lado esquerdo da figura 20*] dá, assim também dá!
12. **Inês:** Basta virarmos ao contrário.
- (...)

(MDC-T3)

A discussão passou a incluir uma análise sobre a validade das “novas” estratégias para a divisão do pão, que não tinham sido antecipadas, como se pode verificar pela figura 9. Com a decisão de incluir estas estratégias no momento de discussão coletiva e, devido à troca de ideias que existiu, tive de pensar em formas para verificar a validade de que cada uma das novas hipóteses. Assim, ilustrei que as duas formas de divisão do pão são diferentes e, recorrendo a um estojo que se assemelhava à forma do pão ilustrada na tarefa, evidenciei que a segunda hipótese não seria viável, pois o pão não ficaria dividido em partes iguais. Todavia, se estas estratégias tivessem sido antecipadas poderia ter preparado um conjunto de materiais manipuláveis que nos permitisse uma melhor verificação sobre diferentes propostas de dividir o pão em partes iguais.

Também na realização da Tarefa 4 “Corrida Solidária” deparei-me com resoluções que não tinha antecipado, mais especificamente, alguns alunos optaram por representar o percurso através do modelo circular e, ainda, um par optou por utilizar como recurso auxiliar, uma régua para ajudar na divisão do segmento de reta que representava o percurso completo. A figura 10 ilustra um excerto da planificação da tarefa, onde explico as resoluções que esperava dos alunos, e as figuras 16, 17 e 18 ilustram as resoluções diferentes com que me deparei durante a monitorização do trabalho dos alunos.

Estas resoluções foram selecionadas para serem apresentadas no momento de discussão, pois a minha ideia era despertar para o entendimento da representação de um modelo circular no contexto da tarefa e, no caso da segunda resolução, o objetivo era evidenciar uma outra forma de subdividir um segmento de reta em partes iguais.

Como é no momento de monitorização que me deparo com novas estratégias de resolução que não antecipei, foi neste instante que tentei dirigir-me aos pares para tentar entender o raciocínio subjacente às resoluções que apresentavam, de forma a perceber as suas dificuldades e, se for o caso, tentar desbloquear raciocínios.

A antecipação que fiz das resoluções foram pensadas de acordo com o conhecimento que tinha acerca da turma e relativamente às conceções de conhecimentos que antecipo da turma sobre os números racionais. Neste caso, antecipava que os alunos tivessem algumas dificuldades em pensar em representações para um percurso, no entanto não antecipei que os alunos resolvessem pelas estratégias ilustradas nas figuras 16 e 17.

Fomentar o sentido de partilha e de discussão de ideias durante a realização das tarefas

Numa turma que não está habituada a realizar tarefas e a discuti-las coletivamente, à partida, sabia que um dos meus desafios seria fomentar este sentido de partilha e discussão de ideias. Sendo a discussão de ideias, uma troca e apreciação dessas mesmas ideias, para além de estar presente no momento de discussão coletiva, também está presente no momento em que os grupos trabalham a pares para resolver as questões das tarefas. O episódio abaixo (episódio 11) ilustra uma situação em que uns alunos ainda estavam no processo de perceber como era trabalhar a pares de forma a resolver as questões propostas.

Episódio 11

1. **Eu:** Porque não estás ali com a Carolina?
2. **Miguel:** Está a ali a ler.
3. **Eu:** Ainda não leste?
4. **Carolina:** Não, eu estou a ler.
5. **Eu:** Então, e ele não lê?
6. **Carolina:** Não, ele... ele faz.
7. **Eu:** Não, os dois leem e, os dois fazem e discutem as ideias, porque assim punhavo a trabalhar individualmente.

(MM-T1)

O episódio transcrito passou-se durante a realização da Tarefa 1 “As pinturas do Pedro” e, por isso, muito no início da intervenção que realizei no âmbito deste projeto. Fomentar este sentido de discussão e partilha de ideias foi algo que tentei fazer durante a realização das diferentes tarefas, pois por exemplo, na realização da Tarefa 4 “Corrida Solidária” já era perceptível ouvir alguns pares a questionarem-se uns aos outros se concordavam com as ideias que discutiam para a resolução das questões, tal como se pode observar no episódio 12.

Episódio 12

[Enquanto deambulo pela sala ouço o que os alunos vão dizendo uns aos outros]

1. **João:** Concordas?
2. **Margarida:** Sim.

(MM-T5)

Este episódio é um exemplo de partilha e discussão na turma. Para além deste episódio também se pode verificar que quando os alunos falam do seu trabalho e, realizando um discurso no plural, demonstram que este sentido do trabalho a pares e de partilha de ideias está mais presente. Existem evidências disso mesmo, no episódio 5, no §2, quando o aluno refere “(...) estamos a dividir (...)”, no episódio 6 quando a aluna diz, no §5, “Fizemos 40” ou no episódio 10, no §9, quando a aluna salienta que “Nós, primeiro, pensámos fazer assim, mas o Martim disse para fazermos diferente (...)”.

Escolher as estratégias a serem discutidas ou os alunos que as apresentam

Durante a monitorização do desenvolvimento do trabalho dos alunos era necessário estar atenta às resoluções que iam sendo obtidas para preparar uma seleção das resoluções que pretendia que partilhassem as suas estratégias. Por isso, anteriormente, foi necessário prever que resoluções poderiam acontecer e definir previamente uma ordenação das estratégias.

Durante a seleção pode existir uma ambiguidade entre escolher as estratégias ou os alunos que as apresentam pois, por um lado, as estratégias podem ser muito interessantes do ponto de vista matemático, isto é, podem fazer emergir ideias e estratégias que necessitam de ser discutidas e apresentadas à turma. Por outro lado, também há que dar oportunidade aos alunos menos interventivos em sala de aula de

apresentar as suas resoluções. Isto, foi o que aconteceu durante a monitorização da Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”, pois inicialmente verifiquei que um par tinha uma resolução, onde explicavam de forma explícita a sua estratégia de resolução para a primeira questão (figura 21) e, por isso, queria que a partilhassem com a turma no momento da discussão coletiva.

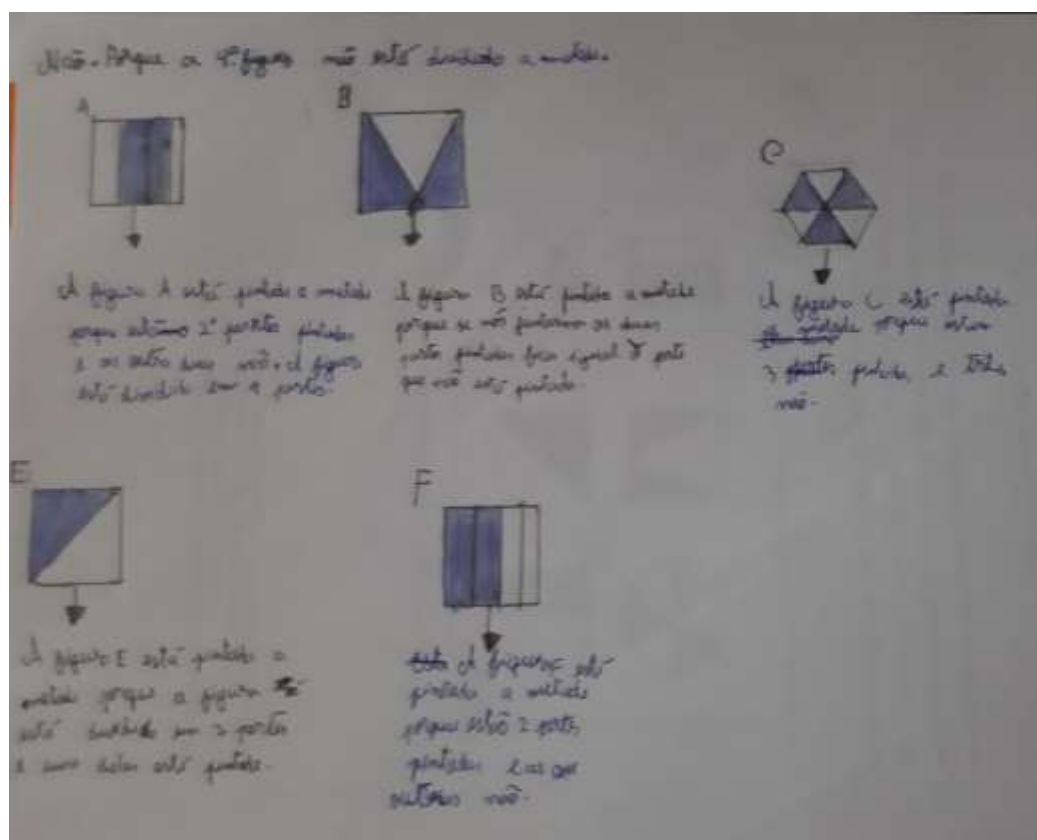


Figura 21: Produções dos alunos – Resolução à primeira questão da Tarefa 1

No entanto, enquanto monitorizava o trabalho dos alunos, e já enquanto estes resolviam a segunda questão, apercebi-me que os diferentes pares estariam todos a fazer o mesmo tipo de resolução e o único par que tinha uma resolução diferente foi o mesmo que eu já tinha pensado selecionar para apresentar a primeira questão da tarefa. Como tal, uma vez que o par tinha sido o único a apresentar uma resposta diferente na segunda questão, tive de prescindir que este grupo fosse apresentar a sua resolução da primeira questão da tarefa, pois considerei que tinha diversas outras boas resoluções, suscetíveis de serem apresentadas no momento de discussão coletiva. Sendo assim,

para a primeira questão selecionei um par cujos alunos costumam participar menos em sala de aula.

5.2. Desafios na condução das discussões coletivas

Estabelecer relações entre as diferentes representações de frações

Na apresentação de algumas estratégias de resolução que ocorrem durante a discussão coletiva podem ser apresentadas diferentes representações de frações, sendo importante estabelecer relações entre elas.

Para a realização da Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”, nomeadamente na primeira questão, pensei que seria de fácil compreensão para os alunos e, por isso, de fácil identificação dos azulejos que representavam metade. No entanto, durante a monitorização e, em seguida, durante a discussão da questão da tarefa, surgiu um par que revelou algumas dificuldades em entender aquilo que estava a ser falado durante a discussão da questão. Neste momento, apesar de não ter antecipado relacionar os números correspondentes às partes de cada um dos azulejos, por pensar que seria algo imediato, acabei por sentir necessidade de frisar essa ideia durante a aula. O episódio seguinte exemplifica a relação que fiz, com o auxílio dos alunos, durante a discussão coletiva sobre a tarefa.

Episódio 13

1. **Eu:** *[Apercebo-me de algumas dificuldades a partir da discussão coletiva sobre o azulejo C (assinalado na figura 22)]* Mariana, três sextos? É um todo dividido em quantas partes?
2. **Mariana:** *[Silêncio]*
3. **Eu:** Quantas partes tem três sextos?
4. **Mariana:** Ahhh...seis?! *[Mostrando incerteza na sua resposta]*.
5. **Eu:** E quantas pintadas?
6. **Mariana:** Três.
7. **Eu:** *[para todos]* Que relação é que o 3 tem com o 6?
8. **Mariana:** 3 é metade de 6.

9. **Eu:** 3 é metade de 6! Faz sentido? [*aponto para um azulejo*] Aqui temos seis partes com três pintadas, ou seja, é metade do azulejo que está pintado. E aqui esta? [*aponto para outro azulejo*] Já perceberam?
10. **Bernardo (par da Mariana):** [*põe o dedo no ar e revela vontade em intervir e explicar como pensou no caso do próximo azulejo*].

(MDC-T1)

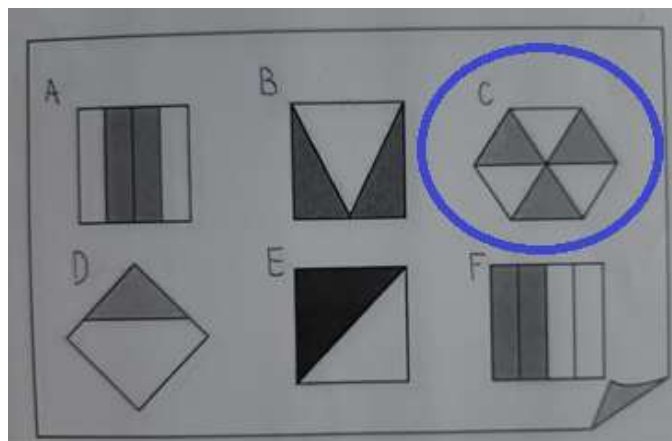


Figura 22: Imagem da questão 1 da Tarefa 1

Este episódio permite evidenciar de que forma foi estabelecida a relação entre a representação icónica (uma figura dividida em várias partes iguais) e representações simbólicas na forma de fração ($\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{2}$). Permite, também, evidenciar que, apesar de me ter dirigido para toda a turma, também como forma de incitar à discussão sobre estas relações, foi a aluna que revelou algumas dúvidas que respondeu à minha questão, bem como depois é também o outro elemento do par, que apresentava algumas dúvidas, que irá explicar o seu pensamento no caso do próximo azulejo em discussão. As questões que fui colocando parecem, assim, ter contribuído para uma melhor compreensão sobre a relação entre os diferentes tipos de representação (icónica e simbólica) e a identificação de frações diferentes que representam a mesma quantidade (frações equivalentes).

Esta situação leva-me também a salientar a importância de uma antecipação das relações que se pensam salientar durante o momento de discussão das tarefas, pois apesar desta ser uma tarefa em relação à qual não antevia dificuldades, houve a necessidade de frisar as relações entre as representações das frações acima referidas

que poderiam não ser evidentes para alguns alunos. Apesar de ter previsto antecipadamente estabelecer estas relações, a sua concretização no momento de discussão foi realizada com alguma insegurança. Nas notas de campo, que efetuei a seguir a esta aula, registei alguns pensamentos sobre este momento, nas quais manifesto dúvidas e incertezas:

“Será que as relações entre as diferentes representações foram bem feitas e os alunos perceberam-nas? Não tinha planeado falar da relação entre os números (número total de partes e partes pintadas) mas acho que foi bom termos chegado a essa relação”.

(Notas de campo, T1)

Foram alguns os momentos onde me recorro de sentir dúvidas se as relações e ideias que surgiram durante a discussão coletiva foram efetuadas de forma correta. Considero que estas dúvidas e esta insegurança se relaciona com o facto de se tratar de frações, um tópico sobre o qual considero que tenho menos facilidade. A discussão coletiva da Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”, ilustrada no episódio seguinte, evidencia esta minha insegurança.

Episódio 15

[depois de em discussão coletiva chegarmos à resolução da questão 3, Laura coloca o dedo no ar]

1. **Laura:** Eu na primeira resposta pus dois oitavos.
2. **Eu:** Qual? Nesta? *[referindo-me à primeira alínea da questão]* então vamos pensar.
3. **Laura:** Sim.
4. **Eu:** Dois oitavos, então vamos lá pensar.
5. (...)
6. **João:** Patrícia, mas eu pensava que era metade de... que dois oitavos dá... ah... ah....
7. **Eu:** Sim, dois oitavos é igual a um quarto. *[digiro-me para a nova hipótese colocada]* Agora deixem ouvir a Laura. Laura diz.
8. **Laura:** Pus dois oitavos.
9. **Eu:** $\frac{1}{2}$ é o dobro de dois oitavos dizes tu, então vamos pensar. Um meio é isto *[representando com uma folha de papel dividida em quatro partes iguais]* e dois oitavos é isto *[representando com uma folha de papel dividida em oito partes iguais]*, certo? Dois oitavos é o quê igual a um quarto? É igual... é o quê a um quarto?

10. **Laura:** É igual a dois oitavos.
11. **Eu:** É igual, então não é o dobro, correto? *[olho para a Laura que parecia não ter entendido]* Percebes-te? Não, não percebeste. Um meio é o quê a dois oitavos?
12. *[silêncio]*
13. **Eu:** Anda cá. *[chamo-a ao quadro para que ela tenha oportunidade de explicar o seu raciocínio]*
14. (...)
15. **Eu:** Concordas que isto são dois oitavos?
16. **Laura:** Concordo.
17. **Eu:** Porquê?
18. **Laura:** Porque são dois de oito.
19. **Eu:** Sim, está bem. Então agora se compararmos este bocado *[referindo-me aos dois oitavos representados na folha]* com um quarto *[e coloco as folhas a sobrepor-se]*.
20. **Laura:** Dá igual.
21. **Eu:** Igual. Percebes porque é que, não é?
22. **Laura:** É igual a um meio.
23. **Eu:** Um meio, pois desculpa. Ah está bem, está bem. Está correto. Então é igual, pode ser um quarto ou...
24. **Joana:** Dois oitavos.
25. **Eu:** Claro, então se nós tínhamos dito que era igual, se um quarto é igual a dois oitavos. É a mesma coisa. Dois oitavos e um quarto são frações quê?
26. **Alunos:** São frações equivalentes.
- Eu:** *[dirigi a minha palavra para a Laura]* Sim. Desculpa e obrigada. *[dirigi-me para a turma]* É uma outra hipótese.

(MDC-T2)

O episódio 15 ilustra como durante a discussão coletiva uma aluna sugeriu outra hipótese de resposta e de como eu demorei para chegar à conclusão sobre a validade da nova hipótese que me estava a sugerir. O mais curioso é que se analisarmos o episódio, no §8, chego mesmo a dizer ao aluno que um quarto era igual a dois oitavos, no entanto perante a resposta da aluna no §9, começo a ficar confusa e quando comparo as frações, não verifico que tanto uma como a outra hipótese estavam corretas.

Fazer da discussão um momento em que os alunos não tenham receio de errar

Desde o princípio que sabia que uma das minhas preocupações era procurar que os alunos não tivessem medo de errar, por isso, desde o início referia à turma que, para mim, era muito importante que tentassem resolver todas as questões das tarefas e, que não se sentissem mal e inferiorizados quando tivessem resoluções erradas, pois fazia parte da minha prática, se assim fosse necessário, pedir que fossem exibidas no quadro resoluções incorretas. O episódio seguinte ilustra uma situação, em momento de discussão coletiva da Tarefa 4 “Corrida Solidária”, onde um par de alunos apresenta uma resolução incorreta que acabou por se tornar um episódio bastante elucidativo da mensagem que lhes tentei passar durante a minha intervenção em estágio – que errar faz parte do processo de aprendizagem.

Episódio 16

1. **Miguel:** Oito oitavos é todo o percurso.
2. **Eu:** Se oito oitavos é todo o percurso, e elas dizem doze oitavos, isso representa o quê?
3. **Miguel:** É mais do que o percurso.
4. **Inês:** Ahhhhh *[mostrando-se ficar esclarecida]*.
5. **Eu:** Então, se oito oitavos é o percurso todo, doze oitavos é percurso mais quantos oitavos?
6. **Miguel:** Mais... quatro oitavos.
7. **Eu:** Sim.
8. (...)
9. **Eu:** Agora viste? Viste aqui, explicaste e percebeste o que faltava na tua resolução para ficar totalmente correta. Isso é que é o mais importante e, todos aprendemos!
10. **Rafaela:** Nós aprendemos com os erros.
11. *[a aluna ia apagar a sua resolução do quadro e eu apercebi-me]*
12. **Eu:** Não apagues, não apagues. Foi algo que aprendemos.
13. **Inês:** Posso dizer uma coisa?
14. **Eu:** Sim, podes.
15. **Inês:** Mas, nós...ficámos com dúvidas... como eu disse nós tínhamos aqui *[apontando para uma primeira tentativa de resolução na sua folha de resposta]* e pensámos outra vez porque pensámos que este estava errado...
16. **Eu:** Sim.
17. **Inês:** E chegámos lá quase, pelos menos. O que importa é que tentámos.

18. **Eu:** Exatamente, é isso que é o mais importante. É isso que quero transmitir.
19. **Inês:** Posso?... Se falhar ou acertarmos, o que importa é tentar!
20. [risos]
21. (...)
22. **Eu:** Sim

(MDC-T4)

Este episódio espelha a minha tentativa de os alunos não se sentirem frustrados com as suas respostas erradas a serem expostas pois, apesar de ser uma resposta incorreta, é a partir dela que podemos chegar a uma resolução correta. Este episódio deixou-me bastante feliz, pois significou que aquilo que lhes tentava transmitir ao longo das aulas foi verdadeiramente ouvido e entendido, uma vez que os alunos tendem a revelar alguma frustração quando são confrontados com os seus erros. Todavia, sabia que os erros podiam constituir-se verdadeiros aliados na aprendizagem matemática através das discussões coletivas, onde os alunos têm oportunidade de expor aquilo que fizeram de diferente e explicar a sua perspetiva.

Toda esta aprendizagem sobre o medo de errar foi um processo que se realizou ao longo do trabalho em torno das tarefas, pois inicialmente os alunos e, em especial, alguns deles ficavam frustrados quando eram confrontados com estratégias diferentes daquelas que tinham realizado, ao ponto de quererem mudar as suas respostas, mesmo quando eu dizia para não o fazerem. Esta situação levou a que eu tivesse mais atenção no sentido de dar um reforço positivo sempre que os alunos erravam, demonstrando que tentaram, que o importante era que entendessem o que não estava correto nas suas estratégias e porquê é que errar não fazia deles alunos inferiores. Por estes motivos, esta foi uma das grandes preocupações e um desafio na minha prática.

Garantir que os alunos compreendam as estratégias de outros alunos

O receio de os alunos não compreenderem as estratégias dos outros alunos, levou a que, de forma sistemática, lhes perguntasse se tinham, ou não, percebido as estratégias que estavam a ser apresentadas. O episódio 17 aconteceu durante a discussão da Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”, após um par apresentar e explicar a sua resolução no quadro, e ilustra esta preocupação.

Episódio 17

1. **Eu:** Alguém tinha dúvida sobre isto? [*Mariana coloca o dedo no ar*] Diz Mariana.
2. **Mariana:** Nós não fizemos igual.
3. **Eu:** Não fizeram igual? O que fizeram de diferente?
4. **Bernardo:** Aquela verde... nós vamos dizer a nossa resposta.
5. **Eu:** Sim.
6. **Bernardo:** Não, porque para ser metade de cada azulejo necessita de pintar duas partes iguais. Digamos que os azulejos A, C e D não têm metade.
7. **Eu:** A, C e D, ou seja, vocês tinham dito que este... o A, o C e o D... então este [*referindo-me ao D*] concordam certo? Não concordam que os azulejos A e C estão pintados de metade.
8. **Bernardo:** Agora concordo.
9. **Eu:** Mas percebeste?
10. **Bernardo:** Sim.
11. **Eu:** E tu, Mariana?
12. **Mariana:** Não muito.
13. **Eu:** Grupo da Rafaela, expliquem à Mariana porque dizem que o azulejo está metade pintado.
14. (...)

(MDC-T1)

A análise deste episódio revela a minha preocupação em que todos os alunos entendam o que se está a discutir em conjunto, pois, se assim não acontecer, existirão alunos que não irão participar na partilha de ideias. Neste episódio em específico, ao sugerir que o par que está no quadro explique a Mariana o que esta parece não estar a entender (ver §13), evidencio a minha preocupação, por um lado, de fazer com que todos entendam aquilo que se sucede no quadro, mas também, por outro, de incitar à partilha de ideias e explicações por parte dos alunos de forma a fomentar a discussão coletiva.

Colocar questões que sejam promotoras de discussão

De facto, esta foi uma das maiores dificuldades que tive, pois, essencialmente, nas primeiras tarefas que propus à turma era necessário promover um tipo de trabalho a que os alunos não estavam habituados. Muito relacionado com a preocupação em

“Fomentar o sentido de partilha e de discussão de ideias durante a realização das tarefas” referido anteriormente, foi fundamental os alunos entenderem como se organizavam os momentos da aula. Frequentemente, pedia a intervenção dos alunos em particular, ou orientava o meu discurso para a turma e esperava que alguém tivesse vontade de intervir.

Frequentemente questionava os alunos se concordavam ou discordavam de alguma coisa relacionada com as ideias e estratégias dos grupos que selecionava para apresentar no quadro e, a partir daqui, dependendo do que os alunos dissessem, a discussão desenrolar-se-ia. Pelos episódios que têm vindo a ser apresentados podemos verificar algumas evidências de questões feitas por mim que visavam promover a discussão, por exemplo, no episódio 10, no §4, quando questiono “No que discordas?” e, no §8, quando pergunto “Será que não ficam?”, sendo que a primeira questão tinha como finalidade levar o aluno a partilhar da sua ideia, particularmente de discordância e, na segunda questão pretendia incitar à dúvida, levando os alunos também a discutirem os seus pontos de vista. No episódio 13, no §3, quando pergunto “Quantas partes tem três sextos?” é um tipo de questão dirigida à turma e tinha como objetivo de aguçar a vontade de algum, ou de alguns alunos, que quisesse intervir, isto é, a questão era específica de modo a levar ao pensamento e requeria respostas para que houvesse discussão coletiva. Também no episódio 15, no §5, quando digo “(...) então vamos lá pensar” pretendia incitar a um pensamento coletivo e de modo a que toda a turma se sentisse à vontade para partilhar a sua perspetiva sobre aquilo que se estava a discutir. No episódio 17, no §3, quando questiono “(...) o que fizeram de diferente?”, à semelhança da questão do §4 do episódio 10, pretendo levar o aluno a partilhar a sua ideia e dar-lhe oportunidade de ser ouvido, para além de levar os restantes alunos a verificarem se concordam ou não, para depois discutirem essas ideias.

Foi necessário colocar de forma persistente questões como estas, que promovessem a discussão, pelo menos até que os alunos percebessem a dinâmica de trabalho que foi acontecendo. No episódio 10, que ocorre durante a discussão coletiva da Tarefa 3 “O Lanche da Maria”, os alunos já estavam mais familiarizados com este sistema de trabalho em volta das tarefas matemáticas. Deste modo, sem ser necessária a minha intervenção, já eles afirmavam que discordavam da ideia apresentada,

revelando vontade em partilhar a sua ideia e o motivo pelo qual diziam discordar, resultando numa discussão coletiva. A partir deste episódio em especial desencadeou-se uma discussão bastante interessante e que evidencia um avanço significativo no que diz respeito à partilha e discussão de ideias.

Dar voz aos alunos

Dar voz aos alunos constituiu uma das minhas grandes preocupações nos momentos de discussão coletiva. Neste momento, procurava o mais possível ser a mediadora da discussão e permitir que os alunos tivessem uma voz ativa neste momento. No início, foi natural que a minha intervenção durante as discussões fosse mais necessária, uma vez que os alunos ainda se encontravam a perceber a dinâmica desta abordagem em torno das tarefas matemáticas, e, portanto, os alunos intervinham menos.

O episódio 10 ilustra um momento em que a turma se encontrava a discutir sobre as diferentes estratégias apresentadas para dividir um pão em quatro partes iguais da Tarefa 3 “O Lanche da Maria”. Neste episódio, tentei ser apenas uma mediadora da discussão, dando voz aos alunos para que partilhassem as suas ideias durante o mais tempo possível. Isto é, tentei intervir o menos possível, mas sem perder o propósito visado – orientar a discussão em torno da tarefa. Com este episódio podemos verificar que a minha intervenção acontece quando quero incitar a discussão, provocando a dúvida entre os alunos e quando questiono os alunos, no §4, “No que discordas?” e no §8 quando pergunto “Será que não ficam?”. Para além disso, questiono a turma se estavam de acordo para entender se mais algum par queria intervir e expor as suas ideias na discussão. Como este episódio se passa já na terceira tarefa que realizei com a turma, é possível denotar um espaço maior para a voz dos alunos, pois estes sentiam-se mais familiarizados com as discussões coletivas.

Contudo, as discussões coletivas nas primeiras tarefas realizadas obrigaram a um maior esforço da minha parte para construir questões que fossem promotoras da discussão coletiva, enquanto que mais para a frente, não era tão necessário, pois os alunos perceberam que era suposto terem uma “voz ativa” no momento de discussão

coletiva das tarefas. O episódio 18 ilustra o momento de discussão coletiva da Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”, no qual se pode observar que a minha intervenção era fundamental para que os alunos interviessem na partilha de ideias.

Episódio 18

1. **Eu:** Porque é que dizem que o Pedro pintou metade daquele azulejo a verde (representado pelo azulejo A na figura 22)
2. **Margarida:** Porque são quatro partes e ele pintou duas e deixou outras duas em branco.
3. **Eu:** Todos concordam? Alguém tinha diferente da resposta que eles deram? *[Mariana põe o dedo no ar]*
4. **Mariana:** Nós fizemos diferente.
5. **Eu:** O que fizeram?

(MDC-T1)

Com este episódio podemos verificar que apenas depois da minha intervenção é que os alunos intervêm na discussão e iniciam a partilha de ideias. Em §1 pretendia dar início à discussão das ideias apresentadas, de forma a que o par que foi ao quadro apresentar a sua estratégia justificasse as suas ideias ou que algum outro aluno mostrasse interesse em intervir. No entanto, apenas depois da minha questão em §3 é que um par de alunos decide afirmar que fez diferente da estratégia que os seus colegas apresentaram à turma. Em §3 volto a incentivar a partilha da resolução da tarefa de outro grupo que, eventualmente, tenha seguido um caminho diferente. Em §5 incentivo a partilha de uma ‘nova’ estratégia de resolução.

Conforme as tarefas eram propostas ao longo das semanas, os alunos foram percebendo o seu papel, e de como podiam ser intervenientes ativos na discussão das estratégias que iam sendo apresentadas. Muito ligado a dar voz aos alunos está a preocupação em que todos eles participem no momento de discussão, pois é natural que existam alunos mais interventivos do que outros. Neste caso, como tinha conhecimento quais os alunos que intervêm menos, isso era tido em conta na seleção das estratégias a apresentar para o momento de discussão, exemplo disso está descrito mais acima na ambivalência que sentia entre escolher as estratégias a serem discutidas ou os alunos que as apresentam. Para além disso, eu, como mediadora da discussão, também chamo à intervenção alunos estrategicamente selecionados por mim e

questiono-os de forma a instigar a sua presença no momento de discussão, como aconteceu no episódio 13. Esta preocupação relaciona-se com uma outra – a de que toda a turma participe na discussão e simultaneamente dar a palavra aos alunos que revelaram mais dificuldades – que desenvolvo no ponto seguinte.

Tentar que a turma participe na discussão e simultaneamente dar a palavra aos alunos que revelam mais dificuldades

Este foi um desafio que senti um pouco ao longo de todas as tarefas e penso que esta preocupação que se relaciona com outras. Como já foi referido, a preocupação em que todos os alunos entendam as estratégias dos outros alunos, e em fomentar o sentido de partilha e de discussão de ideias. Para mim, estes dois aspetos tornam-se difíceis de gerir, por um lado, por acontecerem no mesmo momento, neste caso, durante a discussão coletiva e, por outro, porque ao preocupar-me com a dificuldade de um aluno posso estar a negligenciar a ideia de outro, que pode ser importante de partilhar. Por isso, quando peço a intervenção de algum aluno em particular, durante uma discussão, o objetivo será levar o aluno a esclarecer a sua dúvida através de questões estrategicamente feitas por mim, como foi o caso ilustrado no episódio 13.

Também o episódio 17 revela isso mesmo, pois solicito a intervenção de um par de alunos que mostra não estar a entender o que se está a discutir, pedindo que outros alunos que queriam intervir na discussão não o façam até que eu consiga esclarecer as dúvidas a esse par. Em momentos como estes, deparo-me assim com uma ambivalência, por um lado, se estarei a impedir a discussão e/ou a “ignorar” intervenções de outros alunos que poderiam revelar ideias interessantes, por outro, enquanto moderadora da discussão com o objetivo de que todos os alunos percebam, será importante garantir que todos os alunos entendam aquilo que se diz e faz neste momento.

Realizar sínteses

Construir sínteses no final das discussões sobre o trabalho realizado em torno das tarefas deve permitir retirar o que é o mais importante de cada um delas e que se prende com os seus objetivos. Todavia, este constituiu-se um momento desafiante.

Nesta fase, pretende-se frisar as ideias chave relacionadas com a exploração da tarefa. Estas ideias devem surgir das estratégias de resolução dos pares que foram discutidas coletivamente. O caminho para a construção de sínteses das tarefas que propus na minha intervenção pedagógica revelaram um momento de dificuldade, pelo menos para mim, no que diz respeito a fazer ressaltar as ideias principais resultantes do trabalho em torno das diversas tarefas. O episódio seguinte ilustra a minha tentativa em realizar uma síntese da Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”.

Episódio 19

6. **Eu:** Lembram-se da última tarefa que se chamava “Dobrar uma folha de papel”?
7. **Alunos:** Sim.
8. **Eu:** A que tínhamos três ou quatro questões? Eu gostava de saber... recordem um bocadinho a tarefa, e gostava de saber o que aprenderam com ela?
9. **Bernardo:** Aprendemos a dividir.
10. **Eu:** A dividir o quê?
11. **Bernardo:** Um oitavo e um quarto.
12. **Eu:** E mais?
13. *[Tiago coloca o dedo no ar]*
14. **Eu:** Tiago.
15. **Tiago:** Aprendemos a dobrar as folhas em oito partes e quatro.
16. **Eu:** Partes quê?
17. **Tiago:** Iguais.
18. **Eu:** E mais?
19. *[Carolina coloca o dedo no ar]*
20. **Carolina:** Ahh.... Aprendemos a pintar os oitavos, os quartos e os meios.
21. *[Inês coloca o dedo no ar]*
22. **Inês:** A pôr um meio, dois meios. Aprendemos a pintar melhor e tivemos as opiniões dos outros.
23. **Eu:** Sim, e isso foi bom ter a opinião dos outros?
24. **Inês:** Sim
25. **Eu:** Porquê?
26. **Inês:** Porque assim quando nós erramos, sabemos que os outros vão dizer a verdade, e assim nós podemos melhorar... assim nós podemos melhorar o que correu mal.

27. **Eu:** Sim e aprenderam.
28. **Inês:** Por exemplo, imagina que com a Mariana, sem querer dizia que ficava 5, e nós não tínhamos reparado. Levávamos e diziam para melhorar.
29. **Eu:** Por exemplo naquela questão que dizia “Um $\frac{1}{2}$ é o dobro de”
30. **Inês:** nah nah nah *[referindo-se que estava um espaço vazio para preencher]*
31. **Eu:** Lembra-se do que era?
32. **Alunos:** Sim *[em coro]*
33. **Eu:** Era que fração Carolina?
34. **Carolina:** Era.. Havia $\frac{1}{2}$ e havia $\frac{1}{4}$ acho eu.
35. **Joana:** $\frac{1}{2}$ era o dobro de $\frac{1}{4}$.
36. **Eu:** Depois a Laura deu outra resposta.
37. **Joana:** Dois oitavos.
38. **Eu:** Então aprendemos que essas frações...
39. **Joana:** Eram iguais.
40. **Eu:** Que nome se dava?
41. **Miguel:** Eram equivalentes.
42. **Eu:** Mais alguma coisa que aprenderam com a tarefa?
43. **Miguel:** Quatro oitavos pode ser um meio.

(MDC-T2)

A síntese do trabalho realizado é um momento onde se espera que os alunos façam uma sistematização das aprendizagens respeitantes à tarefa que foi proposta, podendo também constituir-se um momento onde o professor tem uma avaliação imediata das ideias que sobressaíram mais para os alunos. Como se ilustra no episódio 19, durante esta conversa informal tive acesso às principais ideias, matemáticas ou não, com que os alunos ficaram sobre a exploração da tarefa. Neste momento senti dúvidas se as questões que ia colocando através daquilo que os alunos me iam respondendo, faziam sobressair as principais ideias a retirar da exploração da Tarefa 2. É de realçar que esta síntese foi efetuada uns dias depois da exploração da tarefa o que pode ter dificultado a memória dos alunos sobre as ideias-chaves a retirar desta tarefa.

Pela ideia com que fiquei, os alunos achavam que sistematizar aquilo que aprenderam de novo é um momento a que os alunos parecem não ter atribuído valor, preferindo passar à frente deste momento. O episódio seguinte ilustra a última

sistematização que tentei realizar com a turma, onde se revela esse desinteresse dos alunos por este momento.

Episódio 20

1. **Eu:** *[apercebo-me que uma aluna refere que agora é o momento da usual pergunta a que está habituada]* Hoje quem faz a pergunta é a Carlota. Diz alto.
2. **Carlota:** O que é que aprendemos com a tarefa?
3. **Inês:** O normal, as contas.
4. **Miguel:** As frações, os números...
5. **Bernardo:** Sobre o herbário.
6. **Eu:** Martim o que costumas dizer sobre as estratégias?
7. **Martim:** Não me lembro.
8. **Eu:** O quê? Não te lembras? Joana o que costumamos dizer sobre as estratégias?
9. **Joana:** Eu vou dizer o que é que aprendi.
10. **Inês:** Há várias maneiras...
11. **Eu:** Deixem ouvir a Joana.
12. **Joana:** Como havia pessoas que não sabiam o que era um herbário, como eu.
13. **Eu:** Pronto a partir de uma tarefa de matemática ficaram a conhecer o que é um herbário.
14. **Miguel:** O que é que vamos fazer agora?
15. **Eu:** Ainda não acabámos. Tiago, aprendemos que há estratégias diferentes, mas igualmente corretas...
16. **Tiago:** Que podem demorar mais ou menos tempo.

(MDC-T5)

Como se pode verificar pelo episódio 20, a realização desta sistematização ainda foi mais desafiante, pois os alunos, sabendo do que se tratava, não se mostraram interessados em fazê-la. Em §3 a aluna parece revelar um certo desprezo pelo conteúdo abordado e em §14 o aluno mostra vontade em terminar rapidamente este momento e realizar outra atividade. A minha intenção era sistematizar a diferença entre as diversas estratégias apresentadas, nomeadamente destacar as que tiveram o mesmo raciocínio subjacente, e relacionar as estratégias de resolução apresentadas com as ideias matemáticas subjacentes à tarefa. Considero, no entanto, que as questões que coloquei acabaram por ser demasiado gerais, pois conduziam a uma sistematização de ideias que podem ser comuns a uma discussão de qualquer tarefa, como se verifica em §6 e §8.

Gerir o tempo

Com o principal objetivo de agilizar a exploração das tarefas, procurei utilizar alguns recursos tecnológicos existentes na sala de aula, nomeadamente o computador e o projetor, pois sabia que gerir o tempo seria mais um desafio com que teria de lidar. Como tal, em todas as tarefas, excetuando a Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”, utilizei a ferramenta *PowerPoint* que tinha como finalidade, facilitar a apresentação das resoluções dos alunos referentes às Tarefas 1, 3 e 4. Utilizei também estes recursos para apoiar a contextualização da Tarefa 5 “O Herbário do Ulisses”, no momento da sua apresentação.

Para a Tarefa 1 “As pinturas do Pedro” preparei um *PowerPoint* cujo o objetivo era facilitar a apresentação das resoluções, e principalmente como forma de agilizar o tempo despendido neste momento. A partir desta ferramenta, construí um slide onde os alunos podiam mover os azulejos (já ilustrado na figura 3) numa tabela que distinguia “Pintou metade” e “Não pintou metade” como ilustra a figura 23.



Figura 23: Utilização da ferramenta do PowerPoint na Tarefa 1

Para as tarefas 3 e 4, a mesma ferramenta de apresentação funcionou como suporte a representações pré-elaboradas. A figura 24 ilustra as imagens projetadas na discussão das tarefas.

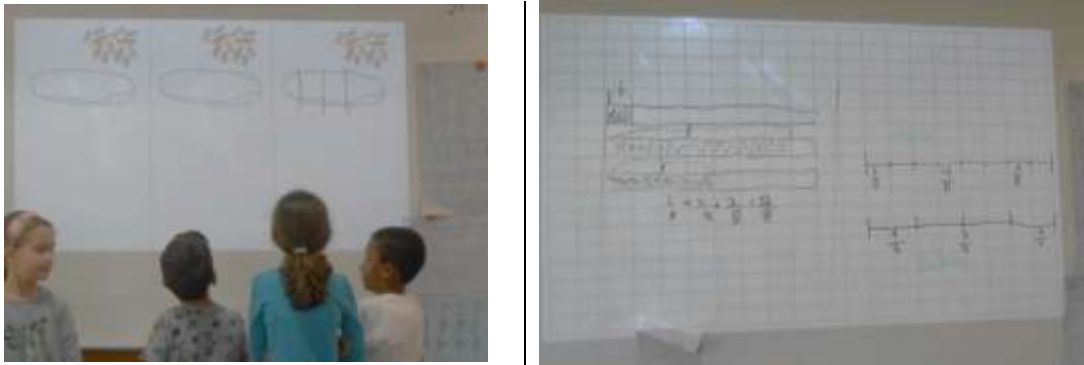


Figura 24: Utilização da ferramenta do PowerPoint nas Tarefas 3 e 4

No caso da primeira, coloquei três espaços distintos com os pães e o conjunto de rebuçados para três estratégias diferentes. No caso da segunda, como previ que um material quadriculado fosse necessário para a apresentação das estratégias, preocupei-me em projetar no quadro um slide com quadrículas.

Na Tarefa 5 “O Herbário do Ulisses”, também utilizei a mesma ferramenta de forma de facilitar a contextualização da tarefa e auxiliar na condução de uma pequena conversa sobre ela. Esta ferramenta permitiu, não só, apresentar o conceito de herbário como também ilustrar algumas imagens bastante esclarecedoras. A figura seguinte ilustra o slide que continha tanto o conceito, como as imagens que foram apresentadas depois da intervenção dos alunos (ilustrada pelo episódio 3) sobre o que pensavam o que era um herbário.



Figura 25: Excerto do PowerPoint para contextualização da Tarefa 5

Desde o início que sabia que o fator “tempo” seria um desafio em aulas perspectivadas com uma abordagem exploratória, pois esta implica uma sequência de momentos que se revelam cruciais, para culminarem num último, onde se retiram conclusões e se estabelecem conexões matemáticas entre diferentes estratégias de resolução das tarefas. Ora, cada um dos momentos tem a sua importância e mostram-se essenciais para construir o momento posterior, por isso tinha receio de avançar e não disponibilizar o tempo suficiente/adequado para cada um desses momentos.

Por um lado, queria conceder o tempo necessário nos diferentes momentos, por outro, sabendo da importância do momento de discussão coletiva, não queria deixar para o dia seguinte, uma vez que sabia da possibilidade disso afetar o envolvimento dos alunos neste momento da exploração das tarefas e de esquecer-me de aspetos importantes para este momento.

Geralmente, não informava os alunos sobre o tempo que tinham para realizar as tarefas, pois não sentia essa necessidade. Considerava que o tempo disponível era o suficiente, aliado às ferramentas que construí de forma a gerir o tempo da melhor forma. Durante o momento de monitorização ia fazendo o ponto de situação do trabalho dos diversos pares de alunos, para ter uma noção do que já tinham feito e do que ainda faltava fazerem. Ficava, assim, com uma ideia do tempo que seria necessário para terminarem as tarefas. Ia, com alguma frequência, perguntando “Já acabaram?”, mas confesso que esta questão era mais proferida do que o normal, quando sentia uma pressão maior para passar ao momento de discussão coletiva.

A tarefa onde senti uma maior tensão com o tempo foi, sem dúvida, a Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”, pois a própria tarefa tinha mais questões do que as restantes e solicitava um conjunto de ações que levam mais tempo para serem efetuadas. Evidência disso mesmo foi quando dei a sugestão para os alunos utilizarem lápis de cera na horizontal para pintarem as folhas mais rápido, pois apercebi-me que o tempo escasseava. Exceptuando esta tarefa, na qual penso ter sido mais evidente esta tensão com o tempo, de uma maneira geral, nas restantes tarefas sentia alguma pressão em assegurar que todos os pares de alunos terminassem as suas resoluções antes de dar início ao momento de discussão coletiva, pois não queria que existissem pares que não

terminassem a resolução, ficando assim impedidos de participar mais ativamente no momento de discussão.

Capítulo 6. Considerações finais

Este capítulo apresenta uma breve apresentação do estudo, as conclusões e uma breve reflexão final. As conclusões do estudo encontram-se organizadas segundo as questões de investigação e a reflexão final focada no processo de recolha de dados, no meu duplo papel de investigadora e professora (estagiária) e no que aprendi com a realização deste trabalho.

6.1. Breve síntese do estudo

O presente projeto foca-se na análise da minha prática e tem como objetivo analisar e compreender as minhas práticas de preparação e de condução de discussões coletivas de tarefas que visam a aprendizagem dos números racionais, identificando os desafios com que me deparo nestes momentos de trabalho em torno das tarefas. Este estudo é orientado pelas seguintes questões: (1) Com que desafios me deparo na preparação de discussões coletivas?, (2) Com que desafios me deparo na condução de discussões coletivas? e (3) Que desafios associados ao ensino dos números racionais sobressaem?

No que diz respeito à metodologia utilizada, esta investigação insere-se num paradigma interpretativo, segue numa abordagem qualitativa e corresponde a uma investigação sobre a prática. O projeto de investigação foi desenvolvido numa escola de 1.º Ciclo do Ensino Básico, com alunos do 3.º ano de escolaridade.

6.2. Conclusões do estudo

6.2.1. Desafios com que me deparo na preparação de discussões coletivas

Para preparar as discussões coletivas das tarefas exploradas no âmbito deste projeto, baseei-me nas cinco práticas de Stein et al. (2008). Atendi, também, à escolha/adaptação e sequenciação das tarefas que iria propor aos alunos.

A seleção das tarefas foi o primeiro desafio com que me deparei, pois pretendia assegurar que seriam tarefas potenciadoras de discussões coletivas produtivas. Para além desta seleção, também a sua sequenciação se revelou desafiante, porque era necessário garantir uma sequência segundo a qual os conceitos e ideias matemáticas mais elementares servissem de base a outros mais complexos.

Seguidamente, olhei para cada uma das tarefas escolhidas e verifiquei se estas necessitariam de algumas alterações, no sentido de adaptá-las com base no conhecimento que tinha da turma. Especificamente, pretendia garantir que os contextos eram suficientemente apelativos e próximos do quotidiano dos alunos para contribuírem para o seu envolvimento nas tarefas e, ainda, que tivessem em conta o conhecimento dos alunos sobre o tópico dos números racionais. Estes momentos foram essencialmente marcados por dúvidas e receios sobre se, de facto, estaria a propor tarefas com as características pretendidas.

Depois do trabalho associado à escolha/adaptação e sequenciação das tarefas, também foi necessário antecipar as estratégias que os alunos fossem utilizar, as dificuldades que esperava que emergissem da exploração das tarefas, assim como os modos como lidar com essas dificuldades visto que “ao antecipar o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações” (Canavarro, 2011, p. 13). Também este momento se revelou desafiante na minha prática, pois receei não ser capaz de antecipar a totalidade das estratégias utilizadas pelos alunos, nem as eventuais dificuldades dos alunos e, consequentemente, os modos de lidar com elas. Estes aspetos eram uma preocupação constante em cada tarefa, pois previa que os aspetos não antecipados poderiam obrigar a tomar decisões em sala de aula, isto é, “em tempo real”, algo que é mais difícil, principalmente dada a minha inexperiência. Efetivamente, a antecipação das estratégias e dificuldades dos alunos permite ao professor estar mais preparado para eventuais respostas e questões que tenha de fazer durante a exploração das tarefas (Canavarro, 2011).

Também durante as aulas, os desafios associados à preparação das discussões coletivas continuaram a surgir. O trabalho em torno de tarefas que culminam em

discussões coletivas produtivas obrigam a uma atenção especial ao momento da apresentação das tarefas e da monitorização do trabalho dos alunos (Ponte et al., 2009).

As apresentações das tarefas compõem o espaço de tempo que dá início ao desenvolvimento do trabalho em torno delas (Ponte et al., 2013). Inicialmente, não tinha muitos cuidados neste momento, pois achava que seria suficiente tratar cada tarefa como um desafio, que os alunos lessem os enunciados e, se existissem dúvidas, convidava-os a dizerem-nas por forma a esclarecer eventuais dúvidas. No entanto, durante a monitorização do trabalho dos alunos, uma vez que não sabia se os alunos tinham compreendido as tarefas, bem como os seus contextos, senti uma grande necessidade de averiguar, através de um conjunto de questões, se os pares de trabalho eram capazes de explicar o que se pretendia que fizessem. Fui percebendo que, talvez, o que estaria a efetuar no momento de monitorizar, fosse benéfico fazê-lo numa fase inicial da aula, mais precisamente, durante o momento da sua apresentação da tarefa, passando a ser, por isso, uma preocupação presente na minha prática no decorrer da intervenção pedagógica. Portanto, repensei o momento de apresentação das tarefas, passando a considerá-lo com um momento importante para a compreensão das tarefas por parte dos alunos.

Passado o momento de apresentação das tarefas, segue-se o momento de monitorização – momento caracterizado pela supervisão do trabalho dos alunos enquanto estes resolvem as tarefas. É um momento em que é importante apoiar os alunos, no sentido de esclarecer eventuais dúvidas que surjam, desbloquear raciocínios e observar as suas resoluções (Canavarro, 2011). Tudo isto, com o objetivo de selecionar e sequenciar aquelas que serão apresentadas no momento da discussão coletiva (Smith & Stein, 2011).

Durante este momento lidei com um conjunto de situações que se revelaram desafios. Lidar com adaptações desadequadas das tarefas ou com tarefas que deveriam ter sido adaptadas constituíram alguns desses desafios. Na verdade, nem sempre as adaptações que fiz das tarefas se revelaram adequadas pois, essas adaptações, em vez de facilitarem a compreensão da tarefa por parte dos alunos, acabaram por dificultá-la. Outras situações houve em que compreendi que teria sido importante adaptar a tarefa de modo a facilitar a comunicação sobre a mesma.

Outro dos desafios com que me deparei foi lidar com estratégias de resolução que não antecipei, tendo dúvidas em as incluir, ou não, no conjunto de estratégias a apresentar no momento de discussão coletiva. Também deparar-me com resoluções que não compreendi completamente, mesmo depois de as tentar entender questionando os alunos, foi frustrante para mim.

É também no momento de monitorização das resoluções dos alunos que surgem dificuldades por parte de alguns alunos e, uma vez não antecipadas, lidar com elas também constituiu um desafio. Foi um desafio colocar questões que ajudassem os alunos a ultrapassar as dificuldades e, simultaneamente, não alterar o nível cognitivo das tarefas.

Ainda no que diz respeito com o lidar com as estratégias que não antecipei, surge o desafio que senti em sequenciar as ‘novas’ estratégias utilizadas pelos alunos. Foi difícil, num curto período de tempo, estabelecer uma nova ordem das estratégias que seriam apresentadas no momento de discussão coletiva.

Criar um ambiente estimulante em sala de aula, de forma a fomentar o sentido de partilha e de discussão de ideias durante a realização das tarefas constituiu-se noutro desafio, pois a turma não estava habituada a trabalhar em tarefas matemáticas de acordo com a abordagem exploratória, nem a partilhar ideias. Nesta abordagem os alunos são “(...) encorajados a participar activamente, a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber do dos outros, a ouvir, a falar, a explicar, a questionar de modo a poderem partilhar as suas ideias, serem ouvidos e discutirem-nas” (Canavarro, 2011, p. 17). Porém, fiquei muito contente quando me fui apercebendo dos avanços da turma no que diz respeito a este aspeto, pois notou-se uma evolução quanto ao modo como os alunos encaravam o trabalho a pares e ao modo como interagiam com o seu par durante a realização das tarefas.

O último desafio sentido no que respeita ao momento de monitorização do trabalho dos alunos foi a existência de uma ambivalência entre escolher as estratégias a serem discutidas ou os alunos que as apresentariam pois, por um lado, queria seleccionar as estratégias interessantes do ponto de vista matemático, por outro, ambicionava que toda a turma estivesse igualmente presente e ativa na discussão

coletiva. Por vezes, tive de optar por dar a oportunidade aos alunos menos interventivos em sala de aula em apresentar as suas estratégias no momento de discussão coletiva, mesmo que não tivessem uma estratégia diferente para apresentar.

Em síntese, realçam-se os seguintes desafios subjacentes à preparação de discussões coletivas:

- Selecionar/adaptar tarefas com contextos que promovam discussões coletivas produtivas e sequenciar essas tarefas;
- Selecionar tarefas com contextos aos quais os alunos atribuam significado;
- Adaptar as tarefas tendo em conta o conhecimento dos alunos sobre frações;
- Antecipar 'todas' as estratégias que pudessem vir a ser usadas pelos alunos;
- Antecipar dificuldades dos alunos e modos de lidar com elas;
- Repensar o momento de apresentação das tarefas: a preocupação com a compreensão e contextualização das tarefas;
- Lidar com adaptações desadequadas das tarefas ou com tarefas que deveriam ter sido adaptadas
- Lidar com estratégias diferentes das que foram antecipadas;
- Aceder ao significado das produções realizadas pelos alunos;
- Lidar com as dificuldades dos alunos não antecipadas: Que questões colocar?;
- Colocar questões aos alunos por forma a não alterar o nível cognitivo das tarefas;
- Sequenciar as 'novas' estratégias utilizadas pelos alunos;
- Fomentar o sentido de partilha e de discussão de ideias durante a realização das tarefas;
- Escolher as estratégias a serem discutidas ou os alunos que as apresentam;

6.2.2. Desafios com que me deparo na condução de discussões coletivas

No momento das discussões coletivas pretendia que fossem apresentadas diversas estratégias de resolução, incluindo as incorretas. Sabia que as resoluções incorretas/incompletas poderiam servir de base para discutir ideias importantes, mas pelo conhecimento que tinha da turma, antevia que para alguns alunos não seria fácil exporem uma resolução com estas características. Desta forma, desde o início que assumi o papel de passar a mensagem que não tivessem receio de errar, pois o importante seria tentar e aprender. Esta mensagem que tentei transmitir foi uma preocupação que se tornou num desafio durante o decorrer das aulas, visto que tive de insistir muito nesta mensagem e reforçar positivamente os esforços dos alunos neste sentido, pois “os professores têm de aceitar que o esforço é importante para a aprendizagem matemática dos alunos, transmitir essa mensagem aos alunos (...)” (NCTM, 2017, p. 50). No fim da intervenção pedagógica parece ter existido uma evolução nesse sentido, pois os alunos passaram a valorizar o erro como forma de aprendizagem.

Uma vez que a discussão coletiva procura “(...) proporcionar aos alunos um espaço alargado de participação” (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013, p. 56), em que estes são incentivados a apresentar as suas resoluções das tarefas, assim como, a questionar e discutir as estratégias dos colegas, promover a discussão foi uma preocupação. Portanto, na minha intervenção durante este momento, procurei questionar os alunos no sentido de provocar a discussão de ideias e criar um ambiente em que se sentissem com vontade e à-vontade em intervir. Fui estimulando os alunos a participarem nas discussões de modo a que estes tivessem uma voz cada vez mais ativa e compreendessem o seu papel nas discussões. Efetivamente, ao longo das semanas, os alunos foram percebendo a dinâmica das discussões coletivas e evidenciado vontade em partilhar as suas estratégias e em discutir as ideias que iam sendo apresentadas, mesmo tratando-se de situações de discórdia.

Tentar que a turma participe na discussão e simultaneamente dar a palavra aos alunos que revelam mais dificuldades foi outra preocupação, pois, como referi anteriormente, a turma é constituída por alunos que intervêm mais do que outros e, por isso, para mim, era essencial envolver todos eles na discussão coletiva. Para além disto,

também me sentia preocupada quando, na condução da discussão, me apercebia que existiam alunos que não estavam a entender aquilo que se estava a falar, sentindo a necessidade de conduzir a discussão um pouco mais para esses alunos e levá-los a responder a questões estrategicamente feitas por mim, no sentido de esclarecer as suas dúvidas. Todavia, neste momento, teria de pedir ao resto da turma para não intervir, de modo a apoiar os alunos com dificuldades, deixando-me com o sentimento de alguma culpa por eventualmente poder estar a impedir alguma intervenção importante. Muito relacionado com este aspeto, destaco outro desafio, nomeadamente garantir que os alunos compreendam as estratégias de outros alunos no momento de discussão coletiva.

A realização de sínteses é o que finda a discussão coletiva, sendo por isso um momento de fazer sobressair as ideias mais importantes, no qual os alunos, sob orientação do professor, deverão ser capazes de fazer uma sistematização das aprendizagens relativas à tarefa que foi proposta. Para promover esta síntese, optava por fazer algumas questões para incitar a sua participação como, por exemplo, “O que aprendemos com esta tarefa?”. Este momento veio a revelar-se num desafio, pois considero não ter conseguido colocar questões que ajudassem os alunos a destacar as ideias mais importantes associadas a cada tarefa e que este momento mais do agrado dos alunos.

Transversalmente aos vários momentos de exploração das tarefas na sala de aula, o tempo revelou-se uma preocupação. Para fazer frente a este desafio, construí e arquitetei um conjunto de ferramentas e procedimentos no sentido de realizar uma melhor gestão do tempo que tinha disponível, poupando-o para momentos considerados essenciais. Ainda assim, o tempo constituiu uma tensão na medida em que sentia o compromisso de, por um lado, passar por todos os momentos que constituem o ensino exploratório, e por outro, de disponibilizar o tempo necessário para que as tarefas fossem o melhor exploradas possível, no sentido de permitir explorar “ao máximo” as ideias matemáticas associadas às tarefas.

Em síntese, destacam-se os seguintes desafios nas minhas práticas de condução de discussões coletivas:

- Fazer da discussão um momento em que os alunos não tenham receio de errar;
- Garantir que os alunos compreendam as estratégias de outros alunos;
- Colocar questões que sejam promotoras de discussão;
- Dar voz aos alunos;
- Tentar que a turma participe na discussão e simultaneamente dar a palavra dos alunos que revelam mais dificuldades;
- Realizar sínteses;
- Gerir o tempo.

6.2.3. Desafios associados ao ensino dos números racionais que sobressaem

Transversalmente à preparação e condução das discussões coletivas, deparei-me com desafios relacionados especificamente com o ensino dos números racionais.

O receio de não ser capaz de lidar com diferentes representações das frações, durante o momento de resolução de uma das tarefas, tomei a decisão de simplificar uma delas, diminuindo, assim, o número de respostas possíveis. Para além deste meu receio, durante as discussões coletivas, também me senti desafiada no que diz respeito ao estabelecimento de relações entre as diferentes representações de frações, pois debati-me com o receio em não estabelecer corretamente e/ou de imediato relações entre as diferentes representações de frações.

Desta forma, destacam-se os seguintes desafios associados ao ensino dos números racionais:

- Simplificar as tarefas tendo em conta o meu conhecimento associado ao ensino das frações;
- Estabelecer relações entre as diferentes representações de frações.

A tabela 3 sintetiza os desafios com que me deparei na preparação e condução de discussões coletivas, organizados por diferentes momentos de trabalho em torno das

tarefas. Com fundo a cinzento assinalo os dois desafios que sobressaem associados ao trabalho com as frações.

Tabela 3: Momentos de trabalho em torno das tarefas, práticas e desafios.

Momentos de trabalho em torno das tarefas		Práticas	Desafios
Preparação das discussões coletivas	Antes da aula	Seleção das tarefas	Selecionar/adaptar tarefas com contextos que promovam discussões coletivas produtivas
			Selecionar/adaptar com contextos aos quais os alunos atribuam significado
			Adaptar as tarefas tendo em conta o conhecimento dos alunos sobre frações
		Sequenciação das tarefas	Sequenciar tarefas tendo em conta a complexidade das estratégias
		Antecipação de estratégias e dificuldades	Antecipar ‘todas’ as estratégias que pudessem vir a ser usadas pelos alunos
			Antecipar dificuldades dos alunos e modos de lidar com elas
	Durante a aula	Apresentação das tarefas	Repensar o momento de apresentação das tarefas: a preocupação com a compreensão e contextualização das tarefas
		Monitorização do trabalho dos alunos	Lidar com adaptações desadequadas das tarefas ou com tarefas que deveriam ter sido adaptadas
			Lidar com estratégias diferentes das que foram antecipadas
			Aceder ao significado das produções realizadas pelos alunos
			Lidar com as dificuldades dos alunos não antecipadas: Que questões colocar?
			Colocar questões aos alunos por forma a não alterar o nível cognitivo das tarefas
			Simplificar as tarefas tendo em conta o meu conhecimento associado ao ensino das frações
			Sequenciar as ‘novas’ estratégias utilizadas pelos alunos
			Fomentar o sentido de partilha e de discussão de ideias durante a realização das tarefas
			Escolher as estratégias a serem discutidas ou os alunos que as apresentam
		Condução das discussões coletivas	Fazer da discussão um momento em que os alunos não tenham receio de errar
			Garantir que os alunos compreendam as estratégias de outros alunos
			Colocar questões que sejam promotoras de discussão
			Dar voz aos alunos
			Tentar que a turma participe na discussão e simultaneamente dar a palavra dos alunos que revelam mais dificuldades
			Estabelecer relações entre as diferentes representações de frações
			Realizar sínteses

As ligações apresentadas na tabela acima traduzem a relação entre desafios com que me deparei em momentos diferentes do trabalho em torno das tarefas. Por

exemplo, ao antecipar as estratégias de resolução das tarefas, tinha como preocupação “Antecipar ‘todas’ as estratégias que pudessem vir a ser usadas pelos alunos”. Contudo, o facto de tal não se concretizar desencadeia novos desafios durante a realização das tarefas – “Lidar com estratégias diferentes das que foram antecipadas” e “Aceder ao significado das produções realizadas pelos alunos”. Também o facto de eventualmente não antecipar algumas dificuldades dos alunos desencadeiam o desafio de, no momento de monitorização do trabalho dos alunos, ter de lidar com essas dificuldades. Este desafio relaciona-se, sobretudo, com o tipo de questões a colocar aos alunos para os apoiar na resolução das tarefas. Simultaneamente, surge uma nova preocupação – como fazê-lo por forma a não alterar o nível cognitivo das tarefas.

É de salientar que o estabelecimento de conexões entre as estratégias dos alunos, uma das práticas indicadas por Stein et al. (2008), acaba por não fazer parte dos desafios, provavelmente por não lhe ter atribuído a atenção devida. No momento de preparação das tarefas, ao sequenciar as estratégias, preocupei-me em pensar numa ordenação de crescente complexidade de estratégias. As conexões que antevi entre elas surgem associadas apenas a procedimentos de cálculo (como é exemplo a figura 9), aspeto que não considero ter-se revelado um desafio na minha prática.

6.3. Reflexão sobre o estudo

A realização da presente investigação, sem qualquer dúvida, constitui a origem de diversas aprendizagens acerca do tema em que se centra. Assim, fui capaz de aprofundar conhecimentos sobre o ensino dos números racionais no 1º ciclo e como se realizam prepararam e orquestraram discussões coletivas.

No que diz respeito aos dados recolhidos, considero que não existiram dificuldades nesse âmbito, pois os equipamentos que utilizei para efetuar a recolha dos dados revelaram-se suficientes. Houve, inclusive, gravações às quais não tive de recorrer, pois estas seriam recursos de reserva, caso os equipamentos principais falhassem ou não fossem audíveis por algum motivo. Todas as aulas foram gravadas através de vários materiais: por vídeo, tendo uma visão direcionada para o quadro e uma visão geral sobre a sala de aula; por áudio, através de um gravador que me

acompanhou sempre, e outros dois gravadores localizados em cantos opostos na sala de aula. Para além disso, também foram efetuadas notas de campo. Assim, os dados que recolhi foram perceptíveis e revelaram-se elementos cruciais no desenvolvimento deste estudo.

Durante a realização deste estudo assumi dois papéis distintos: ser professora (estagiária) e investigadora. Apesar de diferentes, estes papéis interligam-se e fazem parte do processo investigativo. Contudo, assumi-los simultaneamente levaram-me a considerar algumas estratégias de modo a salvaguardá-los.

Como teria de assumir estes dois papéis durante a intervenção pedagógica senti a necessidade de informar os alunos que iriam resolver um conjunto de tarefas com a minha orientação e que estas serviriam para um trabalho muito importante “para a minha escola”, pois estes tinham conhecimento que me encontrava a estudar para ser professora. Para além disso, informei a turma que as respostas que dessem seriam cruciais, por isso solicitei que não riscassem nem modificassem nada, mesmo que depois se revelassem estratégias incorretas e/ou incompletas. Ao longo das aulas, a maioria dos alunos compreendeu e cumpriu com aquilo que tinha pedido, referindo muitas vezes “deixei o meu primeiro pensamento como pediste”. Contudo, como é natural, nem todos os alunos são iguais, nem reagem da mesma maneira. No desenvolvimento da Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”, apercebo-me que alguns alunos, demonstravam alguma frustração e, durante a discussão, modificaram algumas respostas. Assim, para evitar situações desta natureza, adotei uma estratégia que me ajudasse a manter as respostas iniciais dos alunos até ao momento de discussão coletiva. No final de cada tarefa passei a recolher as folhas de respostas, que, posteriormente, seriam devolvidas aos seus autores se estes quisessem no momento de apresentação das suas estratégias. Esta adaptação revelou-se benéfica, pois evitou que os alunos se sentissem mais frustrados e não modificassem as suas respostas e, eu, enquanto investigadora, garantia que os dados que recolhia eram fidedignos para o meu projeto.

O desenvolvimento deste estudo influenciou a minha prática como professora, e apesar de ter sido por um curto período de tempo, considero que aprendi muito.

Sabia que queria investigar uma perspectiva de trabalho que rompesse com o ensino tradicional pois, pelo que vivenciei enquanto aluna, valorizam-se tarefas rotineiras e formas de explorar tradicionais, não motivando os alunos para aprender matemática. Assim, a principal aprendizagem foi conhecer e praticar sobre uma abordagem de trabalho diferente – a abordagem exploratória que culmina em discussões coletivas. Esta abordagem, para além de promover a aprendizagem matemática, traz um conjunto de vantagens para os alunos no que respeita à comunicação matemática. Destaco também a importância da reflexão sobre a minha prática, que considero ter sido fundamental para encontrar os desafios que experienciei, e através dos quais considero ter aprendido sobre as minhas fragilidades.

Considero, também, que a turma que foi alvo desta investigação beneficiou com esta abordagem de ensino-aprendizagem, pois trabalharam tendo em conta uma nova perspectiva de trabalho, na qual houve preocupação em dar-lhes voz ativa durante as aulas, de os ajudar a lidar com os seus erros e de os incentivar a partilhar e a discutir ideias e estratégias em grupo. Como tal, posso afirmar que crescemos juntos: eu como professora e eles como alunos.

Neste processo de crescimento enquanto professora, identifico aspetos menos conseguidos, ilustrando desafios com que lidei ao longo deste processo. Estes aspetos constituem, simultaneamente, aprendizagens que levo para o futuro, uma vez que sem refletir sobre eles não teria tido oportunidade de crescer enquanto profissional, como considero que cresci.

Investigar sobre o ensino dos números racionais obrigou-me a rever os principais conceitos estudados nesta faixa etária, pois era um tema sobre o qual não trabalhava desde há algum tempo. Para além disso, este é considerado um dos tópicos mais difíceis de os alunos entenderem e, para mim, enquanto professora (estagiária), era um tópico sobre o qual não me sentia à-vontade, sendo, por isso, um desafio que queria ultrapassar.

Em suma, pretendo continuar a preparar aulas que culminem em discussões coletivas, tornando-as num espaço onde se privilegiem a comunicação matemática, a

reflexão e a argumentação, perspetivando sempre a melhoria das minhas práticas de preparação e condução de discussões coletivas.

Referências Bibliográficas

- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação: Um guia prático e crítico*. Porto: Edições ASA.
- Aires, L. (2015). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Bardin, L. (2011). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J. (2010). Trabalhar os números racionais numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. *Educação e Matemática*, pp. 15-23.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*(115), pp. 11-17.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2014). Práticas para o ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. Em J. P. Ponte, *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 217-232). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Coutinho, C. P. (2006). Aspectos metodológicos da investigação em tecnologia educativa em Portugal (1985-2000). *Colóquio da Secção Portuguesa da Association Francophone Internationale de Recherch Scientifique en Education*, 14, Lisboa, Portugal, 2006 – “Para um balanço da investigação em educação de 1960 a 2005 : teorias e práticas : actas do Colóquio da AFIRSE (pp. 1-12). Lisboa: Universidade de Lisboa.

- Delgado, C. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: um estudo no 1.º ciclo*. Lisboa: (Tese de doutoramento), Universidade de Lisboa/Instituto de Educação.
- Delgado, C., Oliveira, H., & Brocardo, J. (2017). Práticas do Professor na discussão de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número: um estudo no ensino básico. *Boletim de Educação Matemática*, 31(57), pp. 323-343.
- DGE. (2018). *Aprendizagens essenciais: Ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direção Geral de Educação.
- Ferreira, S., & Delgado, C. (2017). Desafios na preparação de Congressos Matemáticos: um estudo sobre as práticas de uma professora estagiária. *Medi@ções*, 5(2), pp. 19-34.
- Guerreiro, A. (2014). Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. Em J. Ponte, *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 237-257). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Guerreiro, A., Tomás Ferreira, R. A., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2016). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(44), pp. 279-295.
- Guerreiro, H. G., & Serrazina, M. L. (2017). A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão: Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. *Bolema*, 31(57), pp. 181-201.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), pp. 524-549.
- Martinho, M. H., Ferreira, R. A., Boavida, A. M., & Menezes, L. (2014). Os números racionais no 2.º ano: Um estudo diagnóstico. *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 91-109). Braga: APM.

- ME. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério de Educação e Ciência.
- ME. (2016). *Orientações de gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direção-Geral da Educação.
- Meirinhos, M., & Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. *EDUSER: revista de educação*, 2(2), pp. 49-65.
- Monteiro, C., & Costa, C. (1996). Dificuldades na aprendizagem dos números racionais. *Educação e Matemática*(40), pp. 60-63.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM. (2017). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Lisboa: APM.
- Perfeito, M. L. (2015). *Conhecimento do professor do 1º ciclo sobre números racionais*. Lisboa: (Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa/Instituto Politécnico de Lisboa).
- Pinto, H., & Mamede, E. (2019). Números racionais nos primeiros anos - a abordagem pela partilha equitativa. *Educação e Matemática*, pp. 19-21.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa prática. Em GTI, *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2017). Discussões coletivas no ensino-aprendizagem da Matemática. Em *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (1.ª ed., pp. 35-58). Lisboa: GTI.
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2014). Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. *Uni-pluri/versidad*, 14(1), pp. 102-114.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. d. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2009). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, XXII(2), pp. 55-81.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., . . . Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Rodrigues, C., Menezes, L., & Ponte, J. P. (2018). Discussões coletivas em matemática: um olhar sobre a prática de três professores. Em A. Rodrigues, & outros, *Livro de Atas do EIEM 2018 Encontro em Investigação em Educação Matemática- A Aula de Matemática* (pp. 261-278). Coimbra: SPIEM.
- Silva, M. N., Boavida, A. M., & Oliveira, H. (2012). Desenvolvendo o sentido de número racional: Que desafios para o professor? Em A. P. Canavarro, A. M. Boavida, L. Santos, A. H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira, *Investigação em educação matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 201-214). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), pp. 114-145.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. Reston: NCTM.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Mathematics Teaching in the Middle School*(3(4)), pp. 268-275.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). *Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell*. Mathematical Thinking and Learning.

Vala, J. (1989). A análise de conteúdo. Em *Analíticos de Monografias*. Obtido em 28 de março de 2019, de <http://hdl.handle.net/1822.1/123>

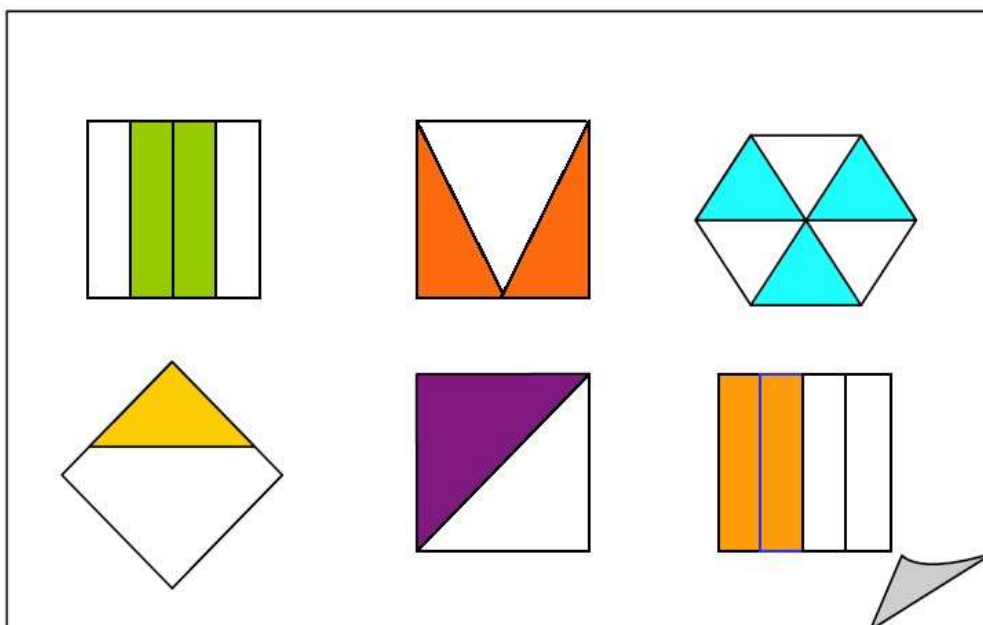
Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Toward a socialcultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press.

Anexos

Anexo A: Tarefa 1 “As pinturas do Pedro”

Tarefa: *As pinturas do Pedro*⁶

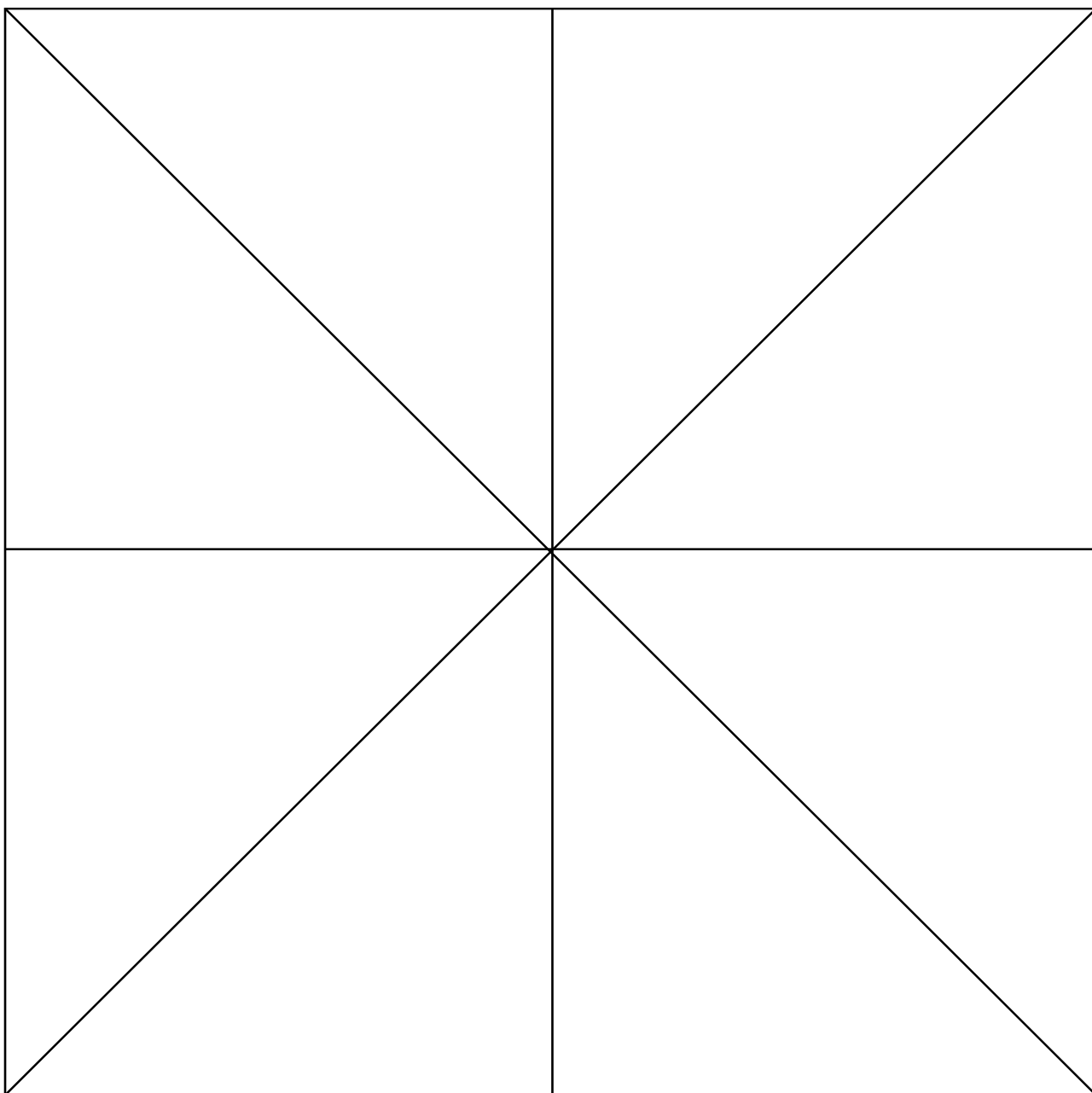
- 1.** O Pedro foi numa visita de estudo ao Museu do Azulejo e ficou encantado com os azulejos que lá viu. Quando chegou a casa disse aos pais que ia para quarto pintar azulejos. Passado algum tempo veio mostrar-lhes as decorações que tinha feito (figura) dizendo que tinha resolvido pintar apenas metade de cada azulejo.



- Será que o Pedro pintou mesmo metade de cada azulejo? Porquê?

- 2.** Observe a figura que representa um quadrado dividido em oito triângulos. De que formas pode ser pintada metade do quadrado?

⁶ Tarefa disponível em http://projectos.es.e.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/02/Racionais-As-pinturas-do-Pedro2010_2011.pdf

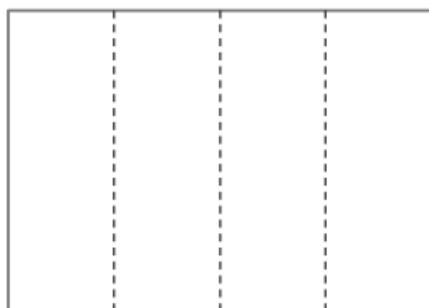


Anexo B: Tarefa 2 “Dobrar uma folha de papel”

Tarefa: *Dobrar uma folha de papel*⁷

1.

- a) Dobra uma folha de papel em 4 partes iguais, como na figura.



- b) Pinta de amarelo $\frac{1}{4}$ da folha e de vermelho $\frac{3}{4}$.

- c) Dobra do mesmo modo uma outra folha de papel igual em 8 partes iguais e pinta de azul $\frac{2}{8}$ da folha e de verde $\frac{4}{8}$.

2. Compara a folha que está dividida em 4 partes iguais com a que está dividida em 8 partes. Completa usando os símbolos =, < ou >:

$$\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \dots \frac{4}{8} \quad \frac{1}{2} \dots \frac{4}{8}$$

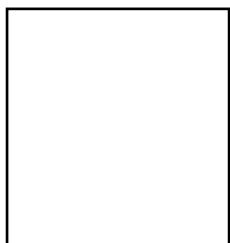
⁷ Tarefa adaptada de Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). Números e Operações: 3.º ano. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Obtido em 12 de março de 2019, de [https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5145/1/3%C2%BA Ano Numeros e Operacoes.pdf](https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5145/1/3%C2%BA%20Ano%20Numeros%20e%20Operacoes.pdf)

- 3.** Observa as folhas dobradas em 4 e em 8 partes iguais e completa as afirmações seguintes de modo que sejam verdadeiras:

$\frac{1}{2}$ é o dobro de ...

$\frac{1}{8}$ é metade de ...

- 4.** A figura seguinte representa uma de 8 partes iguais de uma folha, depois de ser dobrada. Pinta a folha inicial em papel quadriculado.



Anexo C: Tarefa 3 “O Lanche da Maria”

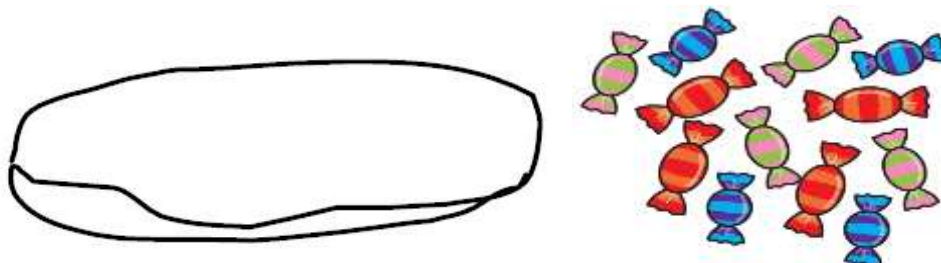
Tarefa *O lanche da Maria*⁸

Os quatro amigos, Maria, Marta, Sofia e Ricardo, estavam a fazer um trabalho de grupo na sala de estudo da escola. De repente a Marta disse:

- Estamos com um problema. Não trouxemos a lancheira e a sala de aula está fechada...

- Não há problema! Eu trouxe a minha lancheira -respondeu a Maria.

- Mas, como é que vamos repartir uma sandes e os teus doze rebuçados, por nós quatro? Afinal só tu é que trouxeste a lancheira! - disse o Ricardo.



1. Com ajudar os quatro amigos a partilharem igualmente o lanche da Maria?

⁸ Tarefa disponibilizada em http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/02/Racionais-O-lanche-da-Maria-2010_2011.pdf

Anexo D: Tarefa 4 “Corrida Solidária”

Tarefa: *Corrida Solidária*⁹

Todos os anos o clube *Viva Saudável!* organiza uma corrida de 40 km para fins de beneficência.

Os alunos da escola vizinha disponibilizaram-se para ajudar o clube na organização da corrida e ofereceram-se para colocar placas sinalizadoras no percurso para auxiliarem os participantes a saber o que já tinham corrido e o que ainda faltava para chegar à meta. Depois de muito discutirem o que seria útil aos corredores, concordaram em partir do local em que se iniciava a corrida e colocar as placas de modo a assinalarem $\frac{1}{8}$ do percurso, $\frac{4}{8}$ do percurso e $\frac{7}{8}$ do percurso. Decidiram, ainda, montar três postos de distribuição de bebidas: um no primeiro quarto do percurso, outro a meio e o último a um quarto do fim.



1. Onde é que os alunos devem colocar as placas sinalizadoras e os postos de distribuição de bebidas?

⁹ Adaptação da tarefa disponível em <http://projectos.es.e.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/02/Racionais-Corrida-Solid%C3%A1ria-1.%C2%BA-ciclo-2010-2011.pdf>

Anexo E: Tarefa 5 “O Herbário do Ulisses”

Tarefa: *O Herbário do Ulisses*¹⁰

- 3.** “O Ulisses está a construir um herbário. Contou 30 folhas nas primeiras páginas e percebeu que correspondiam a $\frac{1}{4}$ da sua coleção.

3.1. Quantas folhas tem o seu herbário? [Explica como pensaste]

3.2. Se as folhas correspondessem a $\frac{1}{8}$ da coleção, esta teria mais ou menos quantas folhas? Quantas folhas teria a coleção completa? [Explica como pensaste]”

¹⁰ Retirado e adaptado de Landeiro, A., Gonçalves, H., & Pereira, Á. (2017). *A Grande Aventura - Matemática 3º Ano*. Lisboa: Texto Editores. pp.102